



ENSEIGNER LA PROPORTIONNALITÉ

Au cycle 3

Introduction

- Cette notion en prise directe avec la vie courante est un incontournable de toutes les disciplines scientifiques, c'est pourquoi l'initiation aux raisonnements propres à la proportionnalité est particulièrement importante.
- La notion de proportionnalité est présente dans les situations mathématiques depuis la maternelle. En effet, les jeux d'échange sont déjà des problèmes relevant de la proportionnalité.

Introduction

Une bille bleue vaut deux billes rouges. Si je te donne 2 billes bleues, combien me donnes-tu de billes rouges ?



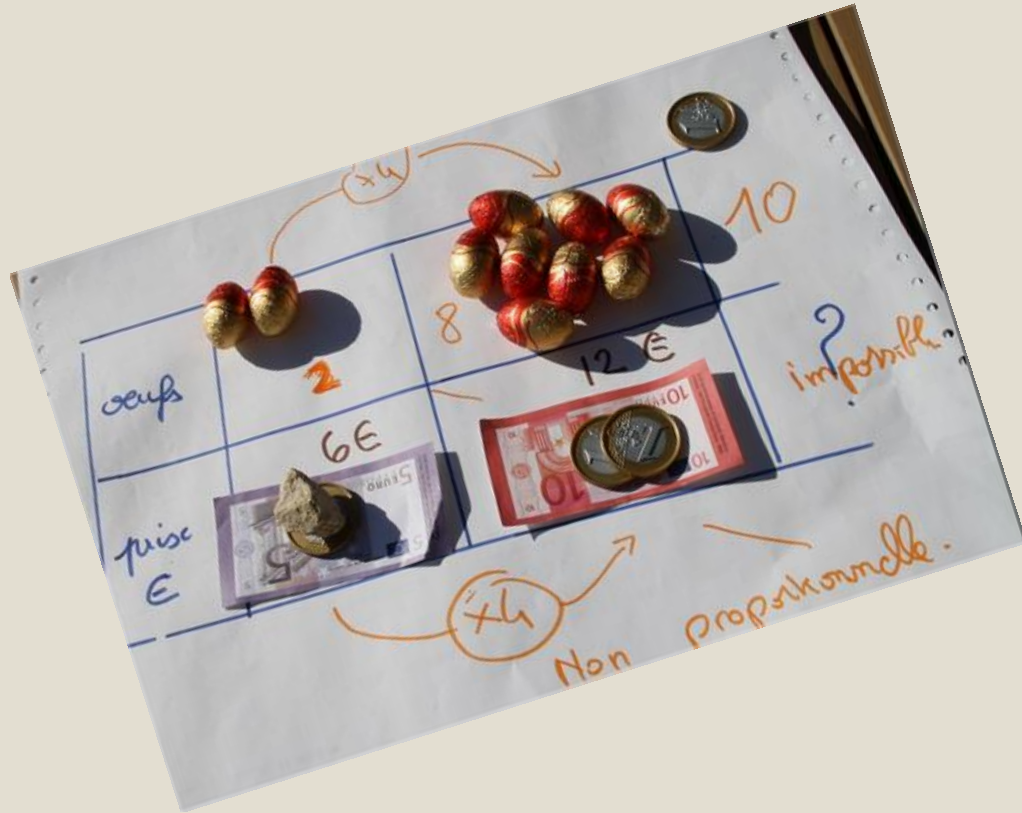
vaut



valent

????

Extraits du nombre au cycle III



La proportionnalité
dans les nouveaux
programmes

Les nouveaux programmes

CYCLE 3 : *Le terme proportionnalité apparaît 15 fois*

Le cycle 3 vise à approfondir des notions mathématiques abordées au cycle 2, à en étendre le domaine d'étude, à consolider l'automatisation des techniques écrites de calcul introduites précédemment (addition, soustraction et multiplication) ainsi que les résultats et procédures de calcul mental du cycle 2, mais aussi à construire de nouvelles techniques de calcul écrites (division) et mentales, enfin à introduire des notions nouvelles comme les nombres décimaux, la proportionnalité ou l'étude de nouvelles grandeurs (aire, volume, angle notamment).

Les activités géométriques pratiquées au cycle 3 s'inscrivent dans la continuité des celles fréquentées au cycle 2. Elles s'en distinguent par une part plus grande accordée au raisonnement et à l'argumentation qui complètent la perception et l'usage des instruments

Compétences	Domaines du socle
Modéliser • Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne. • Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.	1, 2, 4

Le programme de mathématiques est composé de 3 thèmes d'étude :

- Nombres et calculs
- Grandeurs et mesures
- Espace et géométrie

Résolution de problème, organisation et gestion de données et proportionnalité sont transversales aux 3 thèmes

Nombres et calculs

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Proportionnalité Reconnaitre et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée.	Situations permettant une rencontre avec des échelles, des vitesses constantes, des taux de pourcentage, en lien avec l'étude des fractions décimales. Mobiliser les propriétés de linéarité (additives et multiplicatives), de proportionnalité, de passage à l'unité. Utiliser des exemples de tableaux de proportionnalité.

Grandeurs et mesures

Dans le cadre des grandeurs, la proportionnalité sera mise en évidence et convoquée pour résoudre des problèmes dans différents contextes.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Proportionnalité Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs. ➤ Graphiques représentant des variations entre deux grandeurs.	Comparer distance parcourue et temps écoulé, quantité d'essence consommée et distance parcourue, quantité de liquide écoulée et temps écoulé, etc.

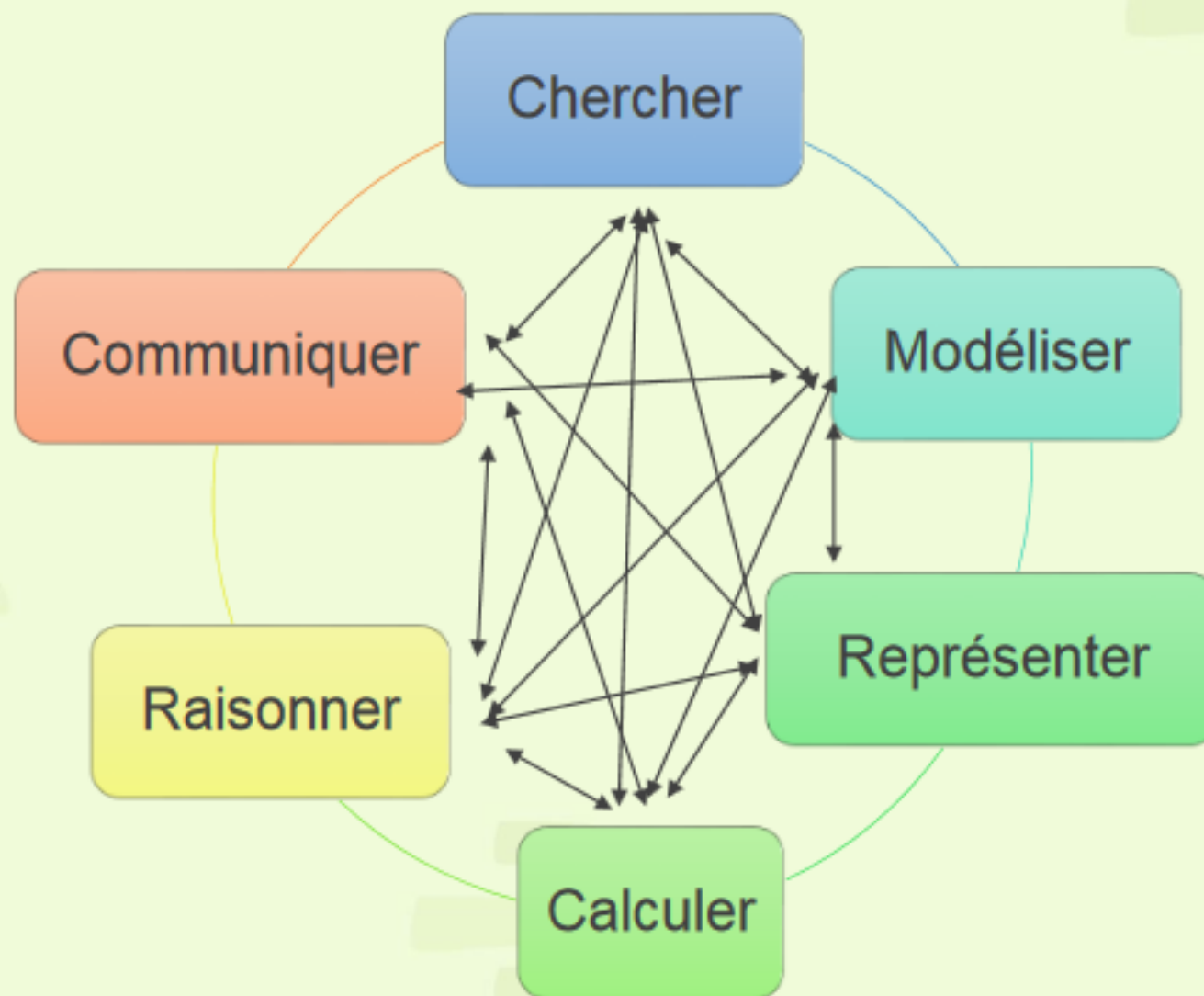
Espace et géométrie

Les activités spatiales et géométriques sont à mettre en lien avec les deux autres thèmes : résoudre dans un autre cadre des problèmes relevant de la proportionnalité.

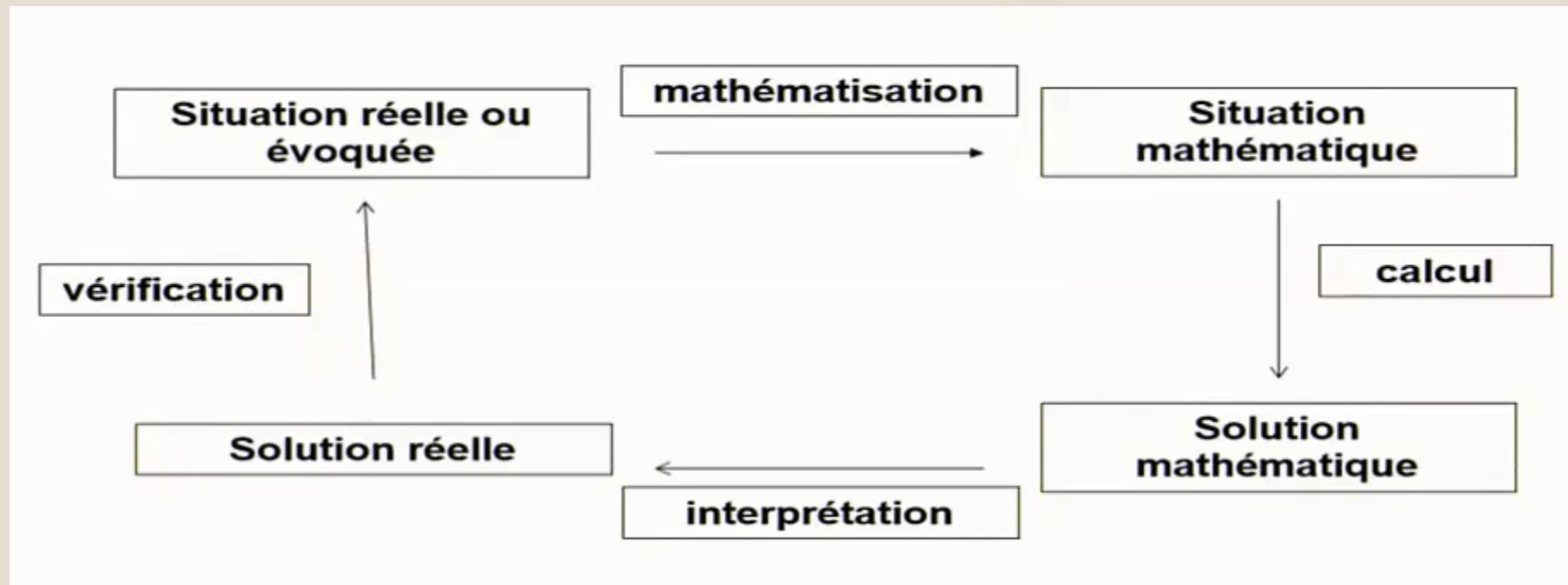
Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Proportionnalité Reproduire une figure en respectant une échelle. ➤ Agrandissement ou réduction d'une figure.	Reproduire une figure à partir d'un modèle (l'échelle pouvant être donnée par des éléments déjà tracés).

Les 6 compétences

La proportionnalité est une modalisation du réel, on est dans le champ MODELISER



La proportionnalité, une modélisation du réel



Exemple de cycle de modélisation

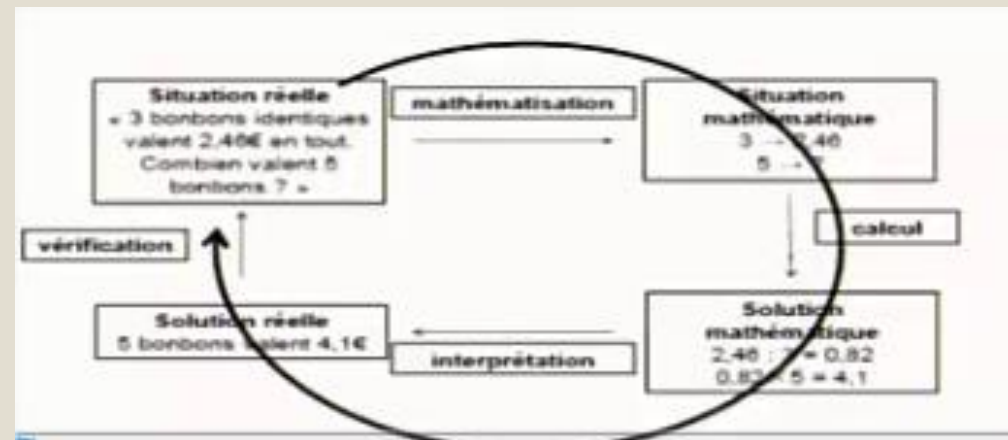
Problème 5 :

Théo a 5 ans. Il mesure 110 centimètres.
Quel sera sa taille à 10 ans ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

~~OUI~~ NON il fera $2 \times 110 = 220$ centimètres ce qui est 2m20cm
ce n'est pas possible



Pâte à crêpes très simple

Dessert - Très facile - Bon marché - Végétarien



Pin it

47



J'aime

2826

G+1

36

! Alerter !



Temps de préparation : 10 minutes

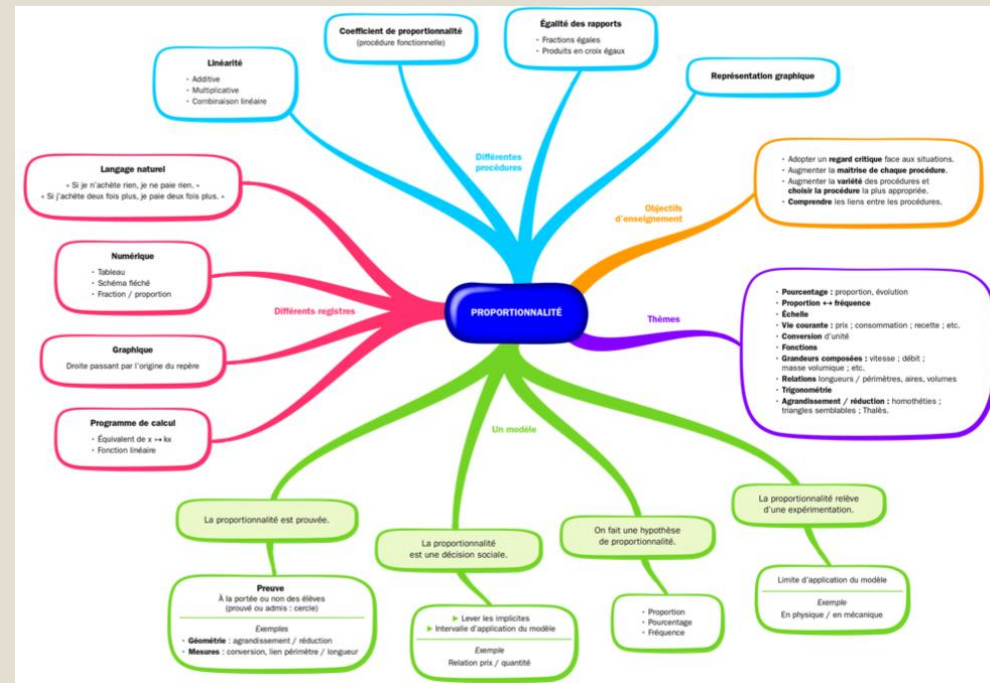
Temps de cuisson : 15 minutes

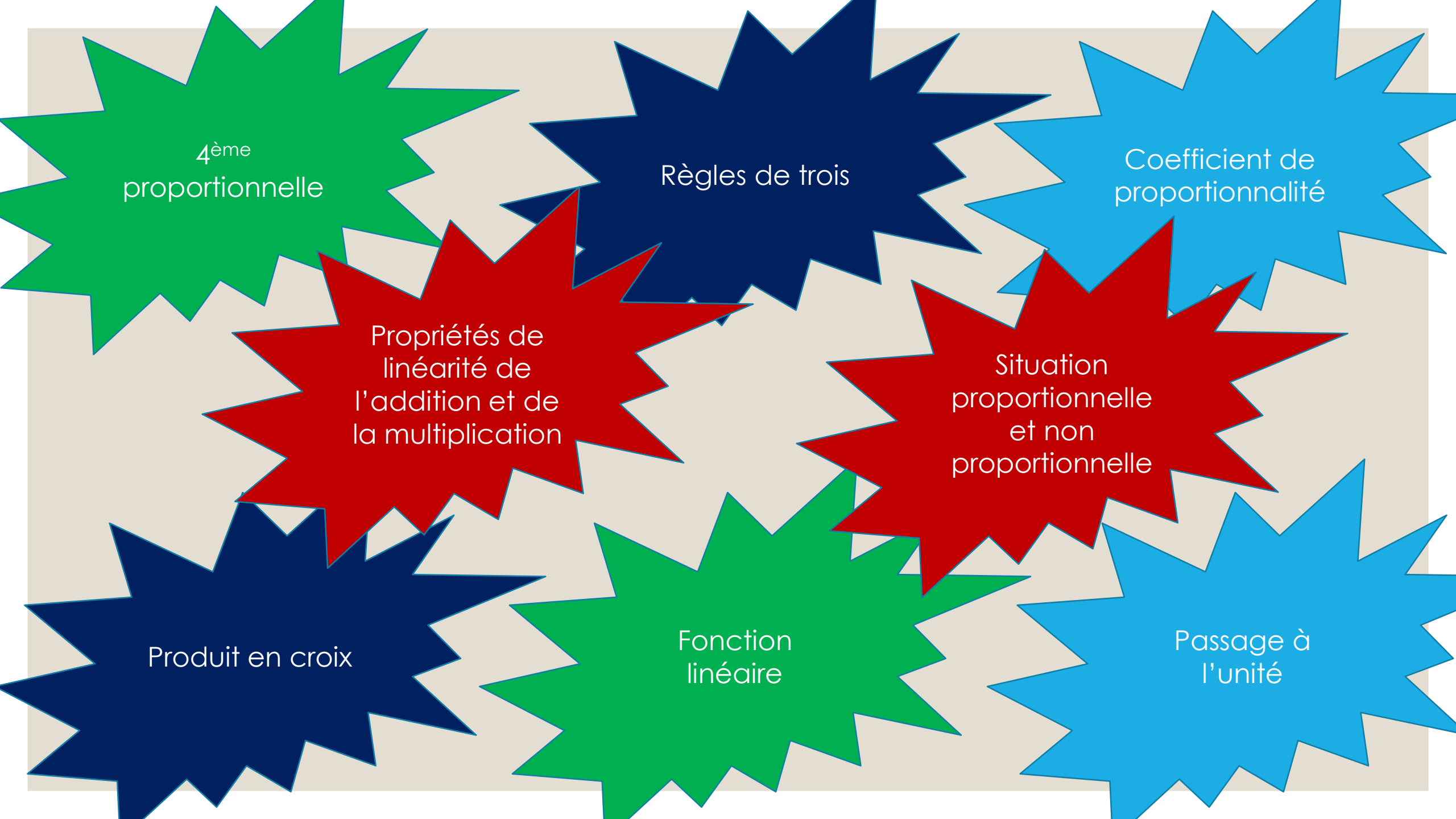
Ingrédients (pour 15 crêpes) :

- 2 tasses de farine
- 2 oeufs entier
- 2 paquets de sucre vanillé
- 1 pincée de sel
- 3 tasses de lait (ou eau)

Pour 20 crêpes, il me faut $8/3$ d'œufs.

Les savoirs mathématiques





4^{ème}
proportionnelle

Règles de trois

Coefficient de
proportionnalité

Propriétés de
linéarité de
l'addition et de
la multiplication

Situation
proportionnelle
et non
proportionnelle

Produit en croix

Fonction
linéaire

Passage à
l'unité

Et vous, vous en savez quoi ?

<https://www.plickers.com/liveview>

La règle de trois

La règle de trois utilise deux procédures de calculs :

- Le passage à l'unité
- Les propriétés de linéarités de la multiplication (deux fois)

La voiture de M. Blanc consomme 6 litres d'essence aux 100 km.
Combien va-t-il consommer d'essence pour faire 425 km ?

1. Pour 100 km, la voiture consomme 6 litres d'essence.

2. Pour 1 km, la voiture consomme : $\frac{6}{100}$

3. Pour 425 km, elle va consommer : $\frac{6}{100} \times 425$

qui s'écrit : $\frac{6 \times 425}{100} = 25,5$ litres



Le produit en croix

$$4 \times ? = 10 \times 6$$

Gâteau	4	6
Prix	10 €	

Pour trouver le prix de 6 gâteaux, je multiplie le nombre de gâteaux que je cherche (6) par le prix donné (10€) pour un autre nombre de gâteau (4)

SENS ?

La quatrième proportionnelle

Distance parcourue (en m)	21	?
Durée du parcours (en s)	6	18

Je suis la quatrième proportionnelle

$\times 3$

Le passage à l'unité

1) Passage à l'unité et additivité

Masse (en kg)	4	1	5
Prix (en €)	11,20	2,80	14

Je calcule le prix d'un kilo de cerises
 $11,20 : 4 = 2,80€$

Je calcule le prix de 5 kilos de cerises
 $y = 11,20 + 2,80 = 14€$

Le prix de 5 kg de cerises est 14€.

4EDU POWTOON

Le coefficient de proportionnalité

Deux grandeurs sont **proportionnelles** quand on obtient les valeurs de l'une en multipliant par le même nombre – autre que 0 – toutes les valeurs de l'autre. Le nombre qui permet de passer d'une suite de nombres à l'autre s'appelle le « **coefficient de proportionnalité** ».

2	5	8
7	17,5	28

3,5 est le coefficient de proportionnalité

La compréhension de l'unité du coefficient de proportionnalité pose des problèmes puisqu'il s'agit souvent du quotient de 2 unités.

La différence entre le **coefficient de proportionnalité** et le **passage à l'unité**

« 6 biscuits coûtent 7€20, combien coûtent 10 biscuits ? »

Biscuits	6	10
Prix	7€20	12 €

X 1,2

1,2 n'a pas d'unité, c'est
la grandeur d'un
quotient

Biscuits	1	6	10
Prix	1,2€	7€20	12 €

1,2 est un prix

La linéarité de la proportionnalité

Par définition la proportionnalité est une fonction linéaire.

Situation d'achat de bonbons à 0,82 € l'unité

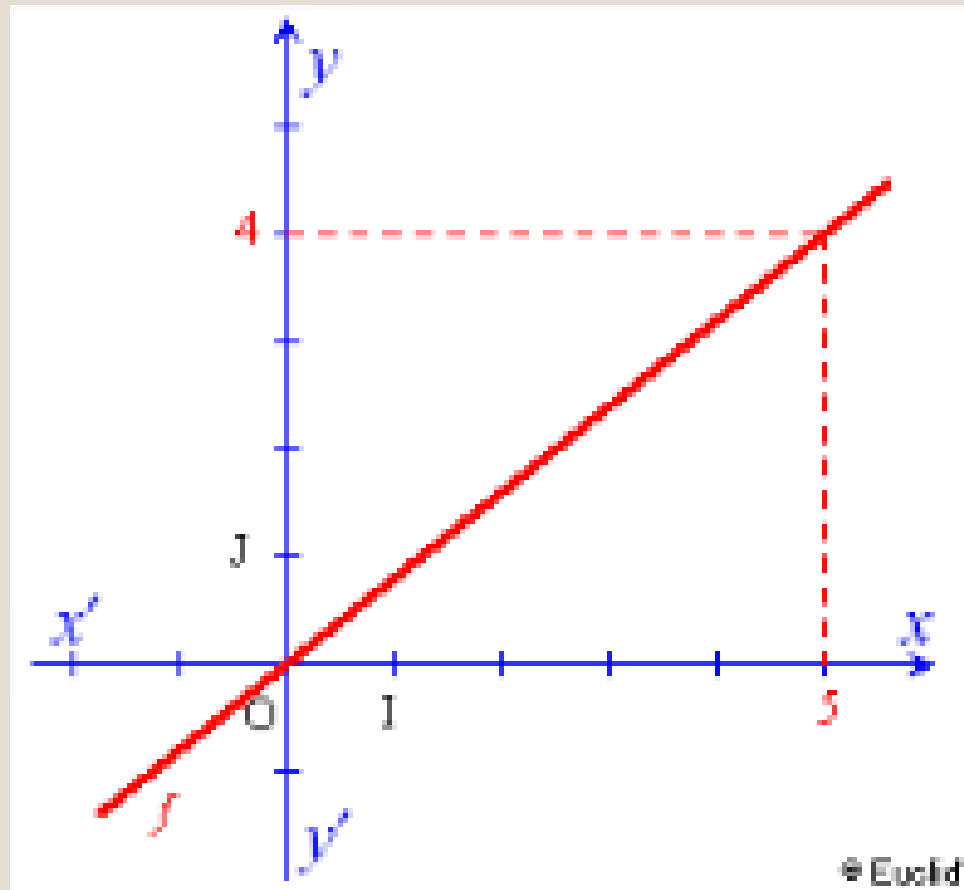
Nombre de bonbons	1	3	15
Prix à payer	0,82	2,46	12,30

La **fonction linéaire** associée à cette situation de proportionnalité est

$$F(X) = 0,82 \times X$$



- Il n'est pas attendu des élèves qu'ils sachent que deux grandeurs sont proportionnelles quand on a une fonction linéaire (qui se reconnaît au passage par l'origine quand on trace le graphe de la fonction $F(X) = aX$ et donc $F(0) = 0$)



Propriétés de linéarité de l'addition

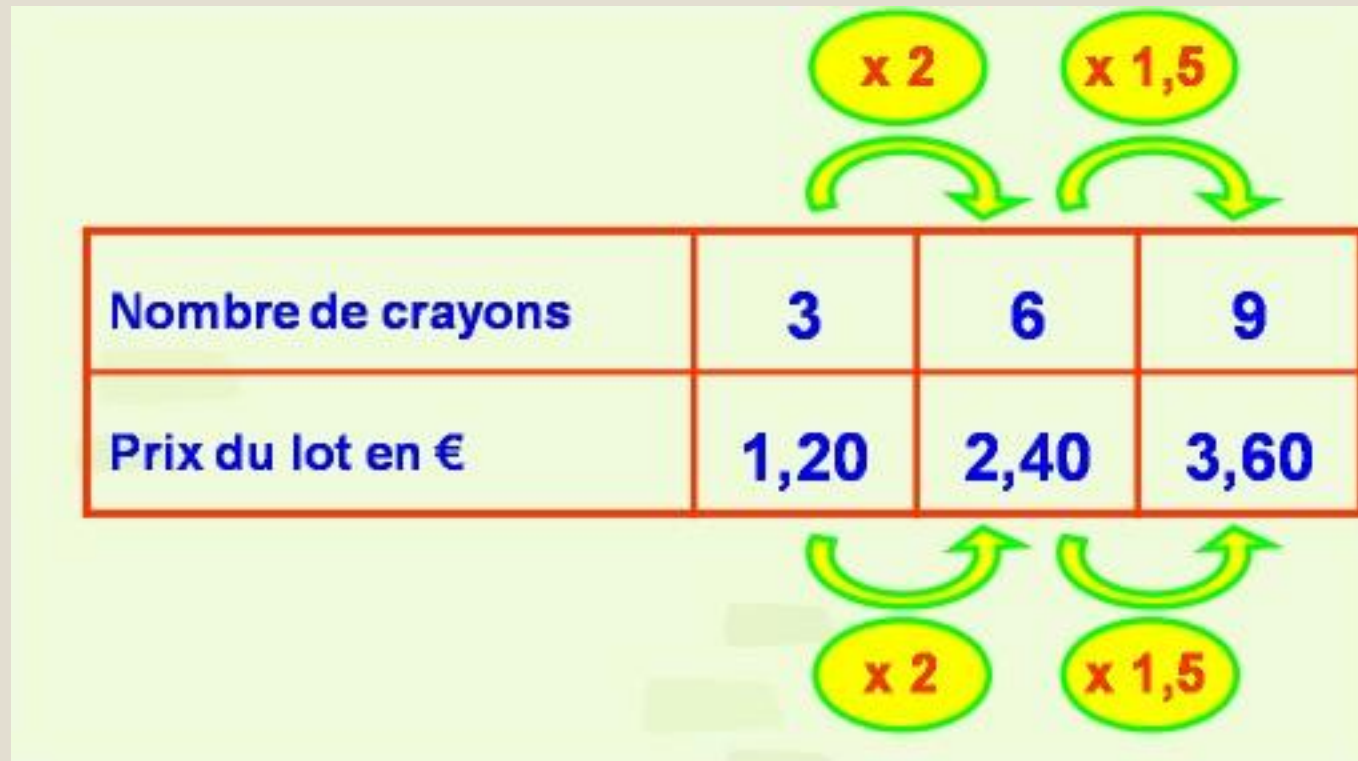
Si deux suites sont proportionnelles, $f(x_1+x_2) = f(x_1) + f(x_2)$

The diagram shows a table with two rows and three columns. The first row is labeled 'Nombre de crayons' and the second row is labeled 'Prix du lot en €'. The columns contain the values 3, 6, and 9 for the first row, and 1,20, 2,40, and 3,60 for the second row. Above the table, a green arrow points from the '3' cell to a yellow circle containing a red '+', and another green arrow points from the '6' cell to a yellow circle containing a red '='. A green arrow then points from the '+' circle to the '=' circle. Below the table, a green arrow points from the '1,20' cell to a yellow circle containing a red '+', and another green arrow points from the '2,40' cell to a yellow circle containing a red '='. A green arrow then points from the '+' circle to the '=' circle.

Nombre de crayons	3	6	9
Prix du lot en €	1,20	2,40	3,60

Propriétés de linéarité de la multiplication

Si deux suites sont proportionnelles, $f(kX) = k f(X)$



The diagram illustrates the linearity of multiplication using a table and arrows. The table shows two rows: 'Nombre de crayons' and 'Prix du lot en €'. The columns represent different quantities: 3, 6, and 9 crayons, and their corresponding prices: 1,20 €, 2,40 €, and 3,60 €. Above the table, two yellow circles with green borders contain 'x 2' and 'x 1,5', with green arrows pointing from the first column to the second and third columns respectively. Below the table, two similar yellow circles with green borders contain 'x 2' and 'x 1,5', with green arrows pointing from the first column to the second and third columns respectively.

Nombre de crayons	3	6	9
Prix du lot en €	1,20	2,40	3,60

Situations proportionnelles et non proportionnelles

<https://www.plickers.com/liveview>

Il est important de sensibiliser les élèves à la nécessité de vérifier la plausibilité du résultat mathématique par rapport à la situation réelle.

Exemple : la taille de l'enfant qui double quand l'âge est doublée.

On pourra aussi mettre le doigt sur des situations proportionnelles qui restent de l'ordre de la prédiction.

Exemple : si 2 pommes pèsent 640g, alors 4 pommes pèsent 1280g

Les différentes procédures

- Les conceptions initiales des enseignants
- Analyser les procédures induites par les manuels
- Les variables didactiques
- Analyser les procédures des élèves : procédure expertes ou adaptées ?

Conception actuelle des enseignants

Méthode 1

Avec un tableau de proportionnalité

ÉNONCÉ

Compléter le tableau de proportionnalité.

2	4	6	
5			35

SOLUTION

2	4	6	10
5	10	15	35

$5 \times 2 = 10$
 $5 \times 10 = 50$

CONSEIL

On peut, si les valeurs s'y prêtent, utiliser les nombres déjà donnés :

- en additionnant ou soustrayant des colonnes
- en multipliant ou divisant les valeurs d'une colonne par un nombre choisi

Méthode 2

Avec un coefficient de proportionnalité

ÉNONCÉ

Compléter le tableau de proportionnalité.

5	3	9	23	11
3				

SOLUTION

Le coefficient de proportionnalité vaut 0,6 car $3 : 5 = 0,6$. On applique ensuite ce coefficient. Par exemple $9 \times 0,6 = 5,4$:

5	3	9	23	11
3	1,8	5,4	13,8	6,6

CONSEIL

Quand plusieurs valeurs sont à trouver, on peut calculer puis utiliser le coefficient de proportionnalité. Ce coefficient s'obtient en faisant un retour à l'unité.

Méthode 3

Avec l'égalité des « produits en croix »

ÉNONCÉ

Compléter le tableau de proportionnalité.

6	210
7	

SOLUTION

D'après l'égalité des « produits en croix » :

$$7 \times 210 = 6 \times a$$

$$\text{d'où } a = \frac{7 \times 210}{6} = 245$$

6	210
7	245

CONSEIL

Quand les méthodes précédentes sont inadaptées et qu'il y a peu de valeurs à trouver, on peut effectuer les « produits en croix ».

Avec la

Méthode 1

1 Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité.

24	10	14	—	4	—
60	25	—	85	—	65

2 Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité.

2	3	5	—	8	10
1	4,5	—	75	—	—

3 Une voiture consomme 9,6 L de carburant tous les 200 km.

Calculer la consommation pour :

- a. 400 km b. 600 km c. 1 200 km

4 Dans une recette de cuisine prévue pour 4 personnes, il faut 150 g de farine.

Aider Emma à calculer la quantité de farine nécessaire pour :

- a. 2 personnes b. 6 personnes c. 14 personnes

Avec la

Méthode 2

5 Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité en utilisant le coefficient indiqué.

4	5	7	—	—	$\times 1,5$
6	—	—	21	—	—

6 Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité en utilisant un coefficient.

3	5	7	—	—	$\times$
9	—	—	33	—	—

7 On désire agrandir les côtés d'un polygone. Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité.

Longueur initiale	5	7	6,5	8
Longueur finale	7	—	—	—

8 Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité en utilisant un coefficient.

2	5	9	—	—
2,2	—	—	27,5	41,8

Avec la

Méthode 3

9 Le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité. Laquelle de ces égalités peut-on écrire ?

- a. $5 \times a = 2 \times 1,7$
 b. $2 \times a = 5 \times 1,7$
 c. $5 \times 2 = 1,7 \times a$

2	1,7
5	a

10 Le tableau suivant est-il un tableau de proportionnalité ?

3	4,5
11	16

11 Neuf vedettes fluviales transportent habituellement huit cent un touristes au total. Si quatre d'entre elles sont en révision, combien de touristes pourront être transportés au total ?

12 Reproduire et compléter les trois tableaux de proportionnalité.

7	9	6	7	2,3	4
3	2	8	7	7	7

13 Quatorze pommiers produisent annuellement 770 kg de pommes. Quelle serait la production, en kg, de quatre pommiers ?

14 Trois chaînes de montage produisent cent deux véhicules en une journée. Combien de véhicules quatre chaînes produiraient-elles en une journée ?

Je comprends

maths tout terrain
cm7

Pour la kermesse de l'école, Idriss a acheté 6 sacs de confettis et a payé 30 €. Zora veut acheter 8 sacs de confettis dans le même magasin.

Combien va-t-elle payer ?



• Tu peux calculer le prix de l'unité :

$$6 \times ? = 30 \rightarrow 30 : 6 = 5$$

1 sac coute donc 5 €.

Calcule ensuite le prix des 8 sacs.

$$8 \times 5 = 40$$

8 sacs couteront 40 €.



On dit que le prix des sacs de confettis est **proportionnel** au nombre de sacs achetés.

• Tu peux aussi utiliser un tableau.

Tu dois trouver **par combien** il faut **multiplier** la première colonne pour obtenir le résultat dans la seconde colonne.

Quantité	Prix (€)
6	30
8	?

$$6 \times ? = 30 \rightarrow 30 : 6 = 5$$

1 sac coute 5 €.

Pour trouver le prix selon différentes quantités, il faut multiplier la première colonne par 5 et compléter le tableau.

$$8 \times 5 = 40$$

Quantité	Prix (€)
6	30
8	40

8 sacs couteront 40 €.

Je découvre

- 1 M. Garcia consulte un catalogue.
Aide-le à choisir.

a. Quelles assiettes choisir : Versailles ou Ming ?

Assiettes Versailles



Les 8 assiettes : 192 €

Assiettes Ming



Les 6 assiettes : 192 €

J'apprends les maths
am

Je cherche les modèles les moins chers.



b. Quels verres choisir ?

Verres en cristal Aska



Les 6 verres : 78 €

Verres en cristal Gèbre



Les 6 verres : 91 €

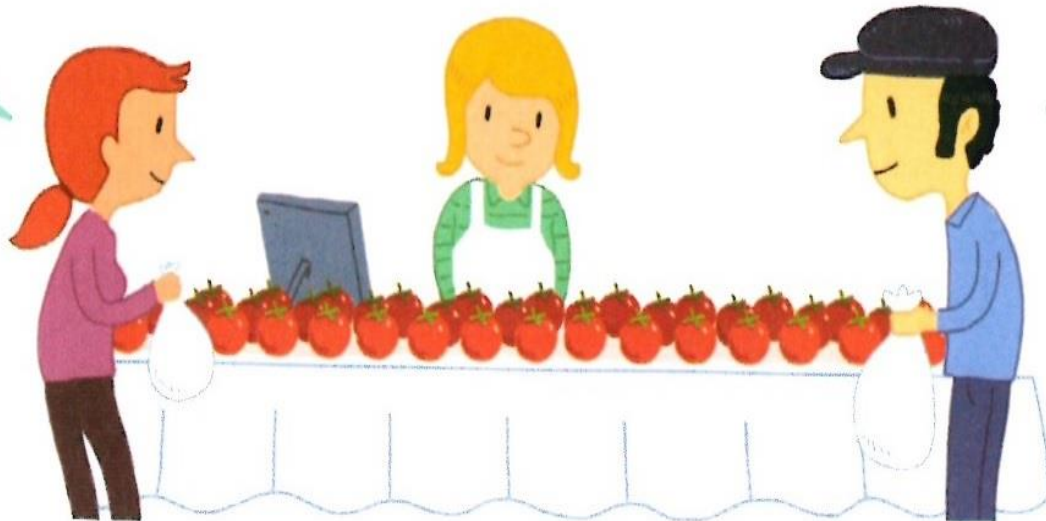
J'ai appris

Si des objets sont vendus par lots, pour savoir lequel des 2 achats est le plus avantageux, je peux chercher le prix des objets à l'unité en calculant les 2 divisions. Mais je peux souvent le savoir sans faire de calcul.

Je découvre

1 Chez le marchand de primeurs, deux clients achètent des quantités différentes des mêmes tomates.

Pour 4 kg,
j'ai payé 4,28 €.



Pour 6 kg,
j'ai payé 6,42 €.

*J'apprends les
maths
cm2*

Ont-ils payé le même prix au kilogramme ? Peut-on prévoir le prix de 7 kg et de 41 kg ?

■ Activités de recherche

Observe cette recette de cuisine prévue pour 6 personnes.

Théo voudrait réaliser cette recette pour 3 personnes, Léa pour 9 personnes et Mélissa pour 12 personnes.

Calcule les quantités d'ingrédients nécessaires.

Reproduis et **complète** ce tableau.

	3 personnes	9 personnes	12 personnes
crème fraîche			
lait			
œufs			
roquefort			

Flan de roquefort aux poires *Ingrédients pour 6 personnes*

- 2 dL de crème fraîche
- 1 dL de lait
- 2 œufs
- 1 cuillère à soupe de farine
- 150 g de roquefort
- 4 poires
- 50 g de beurre

3, c'est la moitié de 6.
9, c'est le triple de 3.
12, c'est $3 + 9$
ou le double de 6.



Pour comprendre les mathématiques
2011

■ S'exercer

Activités de recherche

1. Théo veut préparer 60 crêpes.

D'après la recette, quelle quantité de chaque ingrédient doit-il prévoir ?



La recette est pour 15 crêpes.
 $60 = 4 \times 15$
 60 crêpes, c'est 4 fois 15 crêpes.

Pour 15 crêpes :

- 3 œufs
- 300 g de farine
- 60 g de beurre
- 75 cL de lait
- 3 cuillères à soupe de sucre
- 3 cuillères à café d'huile



Léa souhaite préparer seulement 20 crêpes.

Quelle quantité de chaque ingrédient doit-elle prévoir ?



$20 = 60 \div 3$
 20 crêpes, c'est 60 crêpes
 divisées par 3.

Pour comprendre les mathématiques c'est

Mélissa voudrait préparer 80 crêpes pour son anniversaire.

Quelle quantité de chaque ingrédient doit-elle prévoir ?

$80 = 60 + 20$
 Utilise les résultats
 de Théo et de Léa.

Reproduis ce tableau pour y reporter les résultats de tes calculs.

Crêpes	Œufs	Farine (g)	Beurre (g)	Lait (cL)	Sucre (cs)	Huile (cc)
15	3	300	60	75	3	3
60						
20						
80						



Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Rapport interne simple
Rapport externe simple

Version 1

extraits de la présentation d'Arnaud Simard à l'ESEN

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros, combien valent 8 bonbons?

Le rapport interne (rapport scalaire) est le rapport qu'il y a entre les nombres, nombres, les mesures d'une même grandeur, dans la même unité

rapport externe simple

**rapport
interne
simple**



4 bonbons coûtent 2 euros

8 bonbons coûtent ?

Le rapport externe (opérateur) est le rapport dans un couple de données se correspondant, c'est le coefficient de proportionnalité

→ **Utilisation des propriétés de linéarité**

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Rapport interne simple
Rapport externe simple

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Rapport interne simple
Rapport externe simple

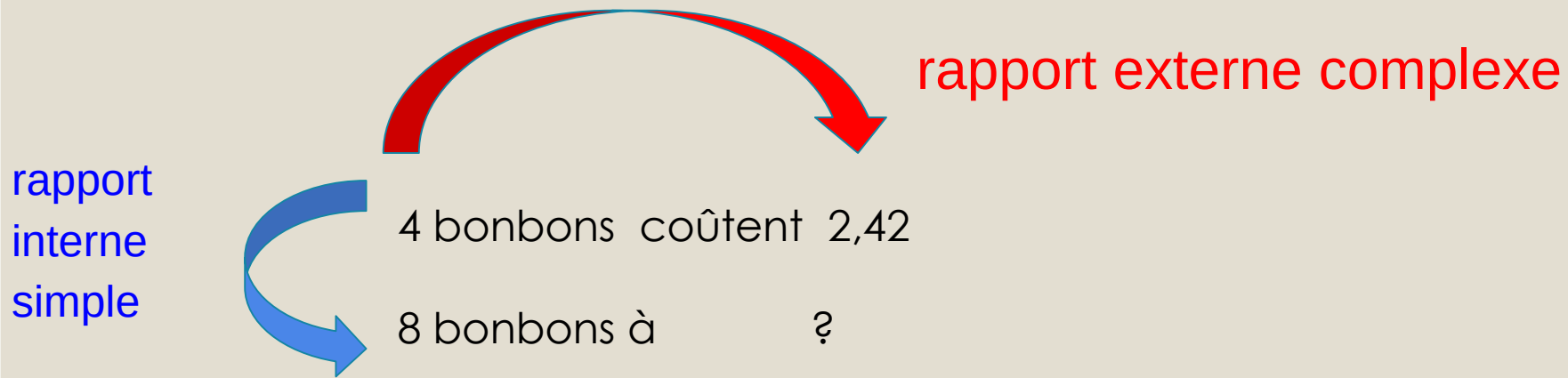
Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Rapport interne simple
Rapport externe complexe

Version 2

extraits de la présentation d'Arnaud Simard à l'ESEN

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros, combien valent 8 bonbons?



Si le rapport interne est simple, on aura tendance à l'utiliser, c'est-à-dire utiliser les relations de linéarité : propriété additive et multiplicative.

→ Utilisation des propriétés de linéarité

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Rapport interne simple
Rapport externe simple

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Rapport interne simple
Rapport externe complexe

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 14 bonbons ?

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Rapport interne simple
Rapport externe simple

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Rapport interne simple
Rapport externe complexe

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 14 bonbons ?

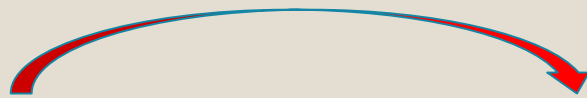
Rapport interne complexe
Rapport externe simple

Version 3

extraits de la présentation d'Arnaud Simart à l'ESEN

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros, combien valent 14 bonbons?

rapport externe simple



rapport
interne
complexe



4 bonbons coûtent 2 euros

14 bonbons coûtent ?

Le rapport externe (opérateur) est le rapport dans un couple de données se correspondant, c'est le coefficient de proportionnalité

→ Utilisation du coefficient de proportionnalité

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Rapport interne simple
Rapport externe simple

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Rapport interne simple
Rapport externe complexe

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 14 bonbons ?

Rapport interne complexe
Rapport externe simple

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros,
combien valent 14 bonbons ?

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Rapport interne simple
Rapport externe simple

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros,
combien valent 8 bonbons ?

Rapport interne simple
Rapport externe complexe

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 14 bonbons ?

Rapport interne complexe
Rapport externe simple

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros,
combien valent 14 bonbons ?

Rapport interne complexe
Rapport externe complexe

Version 4

extraits de la présentation d'Arnaud Simard à l'ESEN

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros, combien valent 14 bonbons?

rapport externe complexe



4 bonbons coûtent 2,42 euros

14 bonbons coûtent ?

rapport
interne
complexe



La valeur unitaire est compliquée et il est difficile de passer de 4 à 14...

Pas de procédure efficace simple

Vendus à l'unité au même tarif

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 14 bonbons ?

Introduction d'un troisième
couple de données

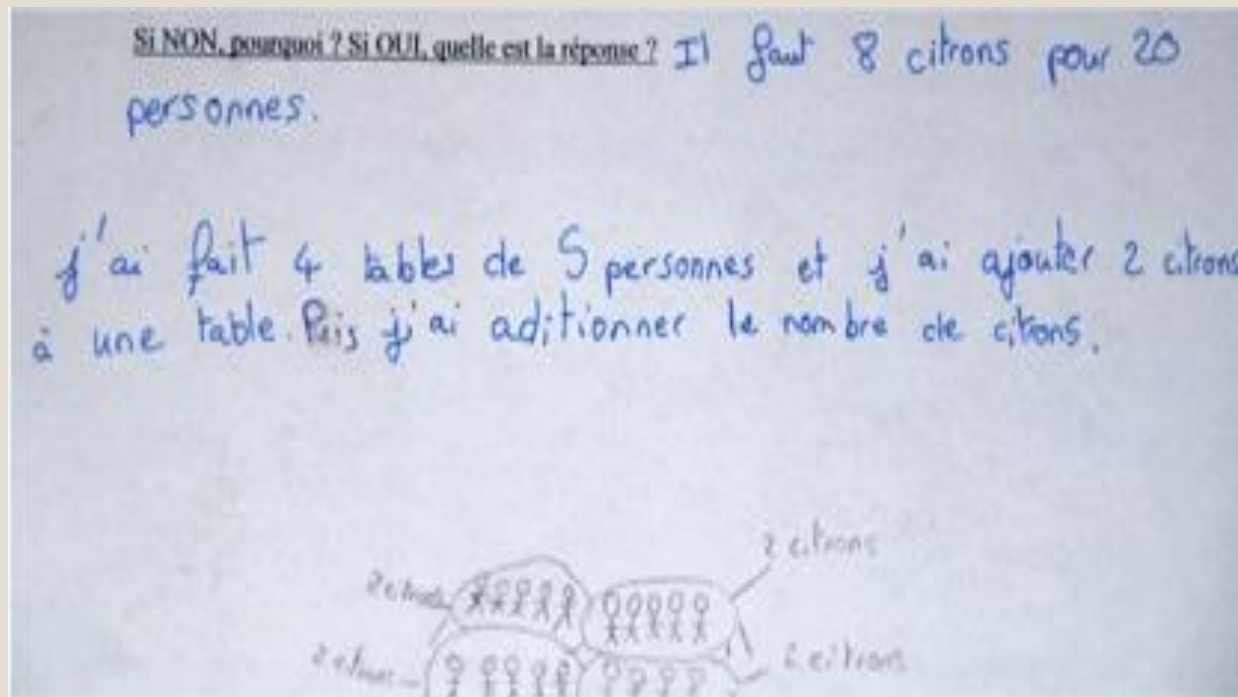
- Repérer des régularités
- Tester des hypothèses
- Diversifier les procédures

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros, et que 6
bonbons valent 3€, combien valent 14 bonbons ?

Solution experte ou adaptée...

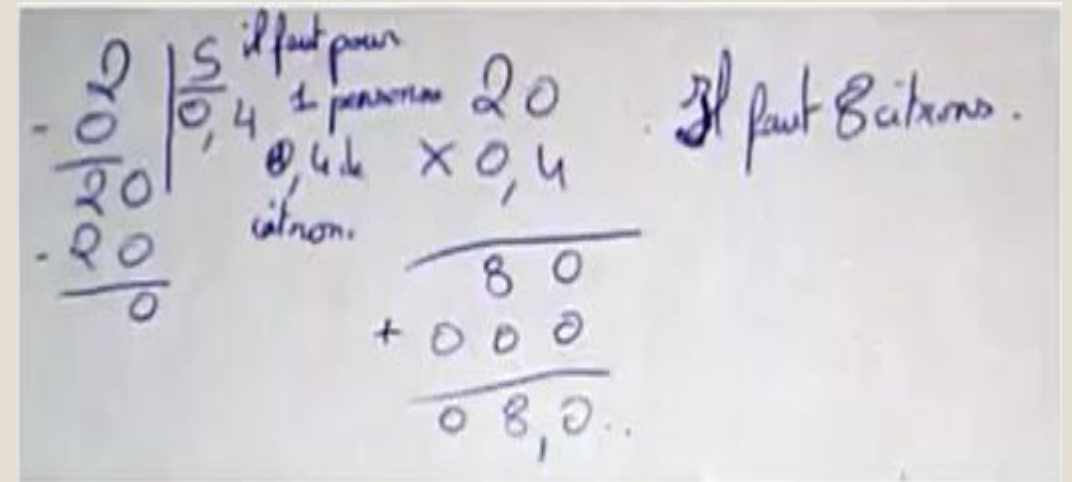
Il me faut 2 citrons pour 5 personnes, combien de citrons me faut-il pour 20 personnes ?

Elève 1



Schématisation simple et efficace

Elève 2



Calcul expert avec prise de risque.

Points de vigilance la proportionnalité

Dès le cycle 2, l'élève a rencontré des situations de proportionnalité dans le cadre de la résolution de problèmes multiplicatifs.

Au cycle 3, l'élève enrichit le champ des problèmes multiplicatifs en croisant **diverses situations relevant de la proportionnalité auxquelles il peut donner du sens.**

Il apprend à repérer des situations relevant ou non de la proportionnalité.

L'objectif n'est pas, à ce stade, de mettre en avant telle ou telle procédure particulière, mais de **permettre à l'élève de disposer d'un répertoire de procédures**, s'appuyant toujours sur le sens, parmi lesquelles il pourra **choisir en fonction des nombres en jeu** dans le problème à résoudre

Points de vigilance la proportionnalité

Le sens de la proportionnalité (liaison multiplicative entre deux grandeurs) ne doit pas se perdre au profit d'une représentation (tableau) ou d'une technique (produit en croix).

Pour parler de proportionnalité avec les élèves, il est important de ne pas **systematiser la représentation sous forme de tableau** de nombres.

Nous pouvons résumer les données d'un problème de proportionnalité sous forme de tableau qu'avec des élèves déjà initiés et avec lesquels le côté implicite d'un tableau est clairement identifié.

Les variables didactiques

Le choix des variables didactiques va induire l'utilisation de l'une ou l'autre procédure.

Les procédures que l'on va mettre en évidence sont :

- L'utilisation des propriétés de linéarité de l'addition et de la multiplication.
- Le passage par le rapport interne ou externe (coefficient de proportionnalité)
- Le passage par l'unité (le produit en croix).

La progressivité

Les procédures

- Propriétés de linéarité (multiplicative, additive)
- Retour à l'unité
- Coefficient

Les nombres et leurs relations

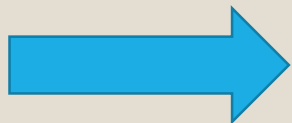
- Entiers
- Décimaux
- Plus ou moins grands
- Relation plus ou moins explicite

Situations de proportionnalité

- Simples
- Simples composées
- Multiples

Repères de progressivité

- En CM1, le recours aux propriétés de linéarité (additive et multiplicative desquels A. Simard considère qu'il n'y a pas de différence) est à privilégier dans des problèmes mettant en jeu des nombres entiers.
- Ces propriétés doivent être explicitées, elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples : si j'ai 3 fois plus d'invités, il me faudra 3 fois plus de vaisselles....; si 6 stylos coûtent 10 euros alors 3 stylos coûtent 5 euros et 9 stylos coûtent 15 euros....



IMPORTANCE DE L'ORAL

Repères de progressivité

Les procédures du type passage à l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité sont mobilisées progressivement sur des problèmes le nécessitant en fonction des nombres (entiers ou décimaux) choisis dans l'énoncé ou intervenant dans les calculs.



Les nombres sont des variables didactiques



Les relations entre les nombres sont également des variables didactiques

10 objets coûtent 22 €, combien coûtent 15 objets
10 objets coûtent 22 €, combien coûtent 18 objets

Repères de progressivité

A partir du CM2, des situations impliquant des échelles ou des vitesses constantes peuvent être rencontrées. Le sens de l'expression « % de » apparaît. Il s'agit de savoir l'utiliser dans des cas simples (50%, 75%, 10%, 25 %) où aucune technique n'est nécessaire en lien avec les fractions.

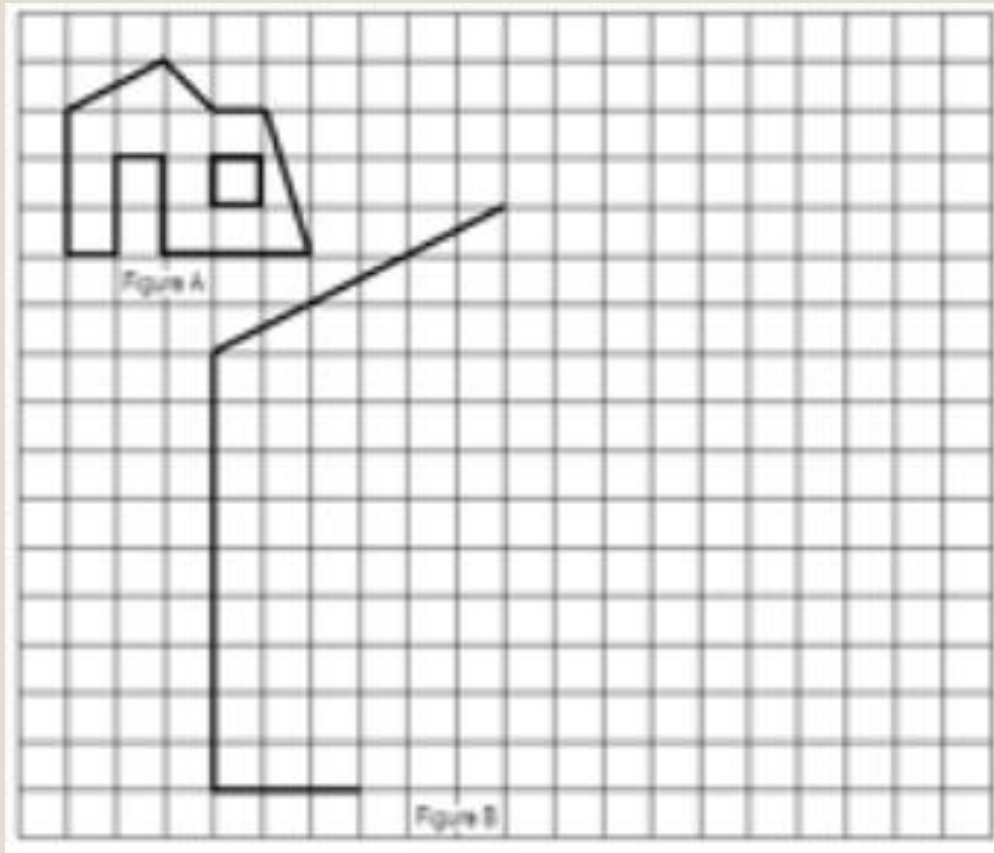
Un pourcentage est l'expression d'une proportion pour cent unités.

Système efficace pour comparer des proportions :

Dans la classe de Lisette il y a 27 élèves dont 13 filles.

Dans celle d'Alban il y a 23 élèves dont 12 filles.

Indiquer l'échelle par des éléments déjà tracés est intéressant mais pose question (même difficulté que celle posée par le coefficient).



Dire à l'élève de compléter le tracé, ce n'est pas la même chose que de demander à l'élève de tracer une figure 3 fois plus grande sans donner le début du tracé.

Classification des situations de proportionnalité

1 / Problèmes de proportionnalité simple et directe :

a) Les problèmes de 4^{ème} proportionnelle

Ce sont des problèmes où trois nombres sont connus, on cherche le quatrième

1. Monsieur Lepeintre achète 5 pinceaux pour 12 €.

- Combien coûte 10 pinceaux ?

4. Un câble de 100 m de long pèse 30 kg.

Combien pèsent 35 mètres de ce même câble ?

Classification des situations de proportionnalité

1 / Problèmes de proportionnalité simple et directe :

b) Problèmes à questions successives

Ce sont des problèmes identiques à la situation précédente, mais il faut chercher plusieurs **quatrième proportionnelles**, les résultats sont dépendants les uns des autres

*Une voiture consomme en moyenne 8 litres au 100 km ?
Quelle sera sa consommation pour un parcours de 400 km ?
De 500 km ? De 250 km ?*

Classification des situations de proportionnalité

2 / Problèmes de proportionnalité simple composée :

Ce sont des problèmes faisant intervenir la composition de deux ou plusieurs relations de proportionnalité simple.

Exemple : Avec 100 kilos de blé on fait 75 kg de farine. Avec 25 kg de farine on fait 30 kg de pain. Quelle est la masse de blé nécessaire pour faire 450 kg de pain ?

La difficulté réside dans l'organisation des données à mettre en relation et dans le choix de la combinaison des résultats intermédiaires.

Classification des situations de proportionnalité

3/ Problèmes de proportionnalité multiple (ou double) :

Ce sont des problèmes dans lesquels une grandeur est simultanément proportionnelle à plusieurs grandeurs

Exemples : Le prix d'une journée au camping est de 10€ par jour et par personne. Combien paie une personne pour 5 jours? Trois personnes pour une nuit? Un couple pour une semaine?

Nombre de jours	1	5	1	7	7
Nombre de personnes	1	1	3	1	2
Prix en €	10€	50€	30€	70€	140€