

# LE NOMBRE À L'ÉCOLE

*sens du nombre*

*construction des apprentissages*

1

# Évaluation CE2

615 six-un-cinque.....

85 % de  
réussite

soixante-douze

612

quatre-vingt-treize

93

cent deux

102

# Évaluation 6<sup>ème</sup> 2008

## Exercice 30

a) Donne le résultat de  $23 \times 10$

Réponse : ..... **88,9% de réussite**

b) Donne le résultat de  $35,2 \times 100$

Réponse : ..... **31,6 % de réussite**

b. Donne le résultat :

$$35,2 \times 100$$

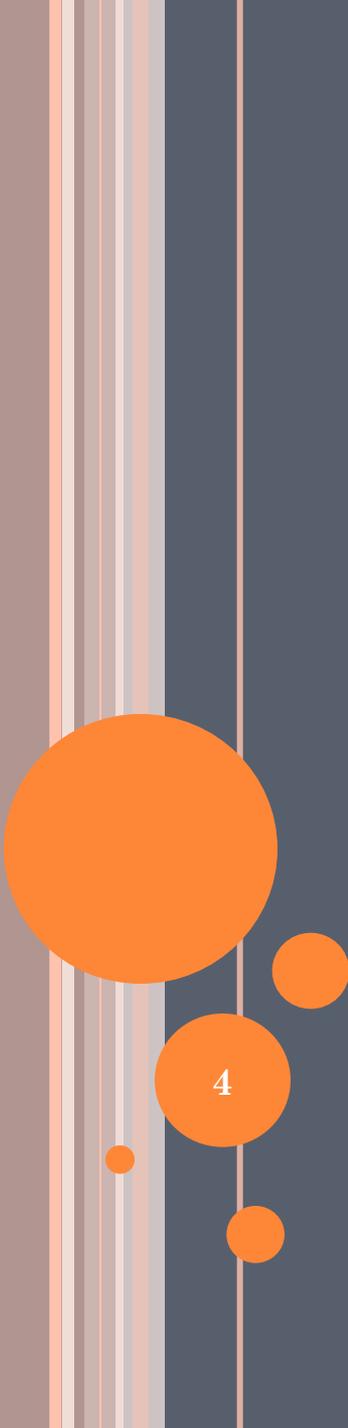
Réponse : **35200**.....

b. Donne le résultat :

$$35,2 \times 100$$

Réponse : **3500,200**.....

**28,9 % répondent :  
3500,2 ou 35,200 ou 3500,200**



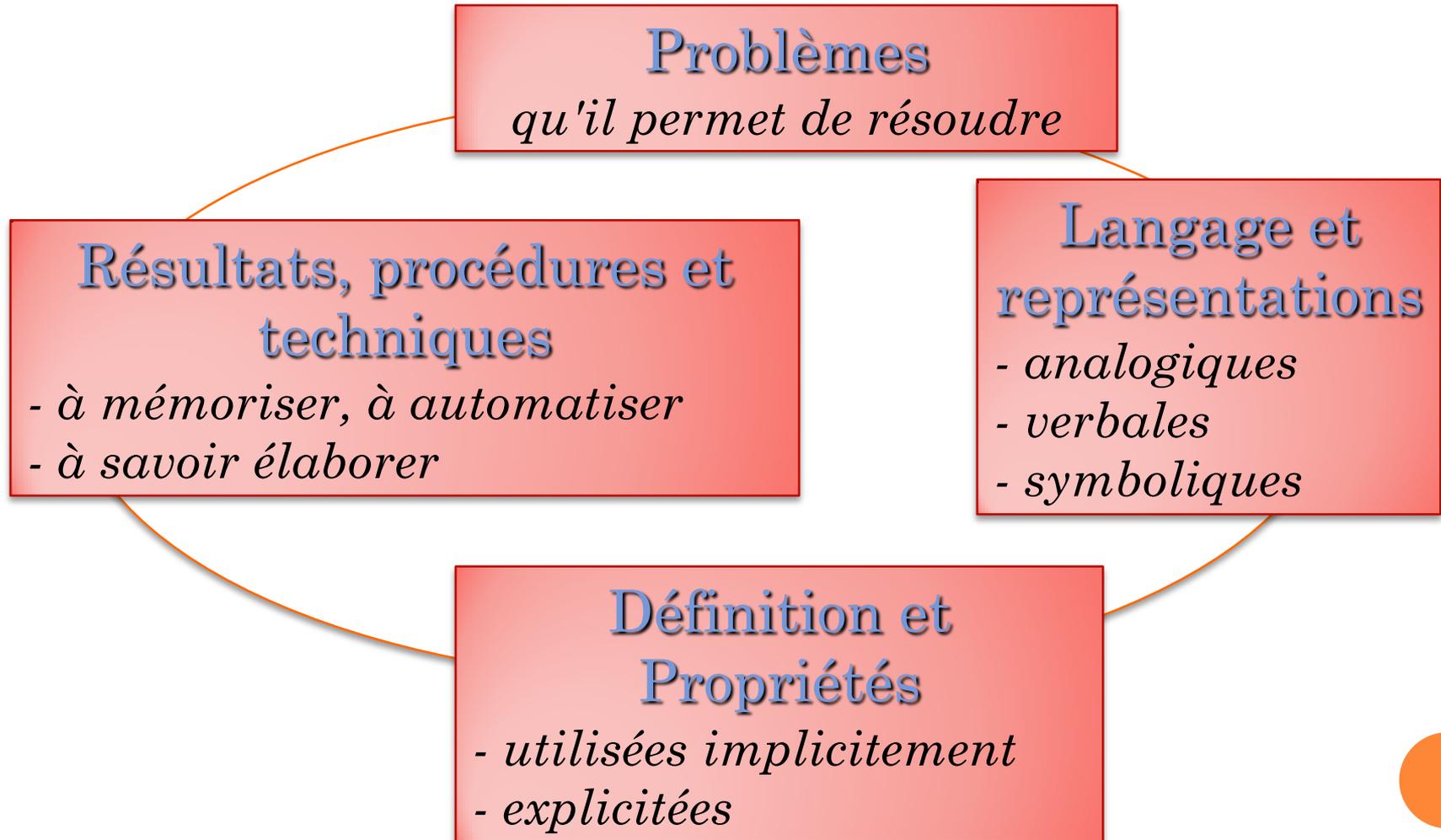
# LE NOMBRE

Un concept

4

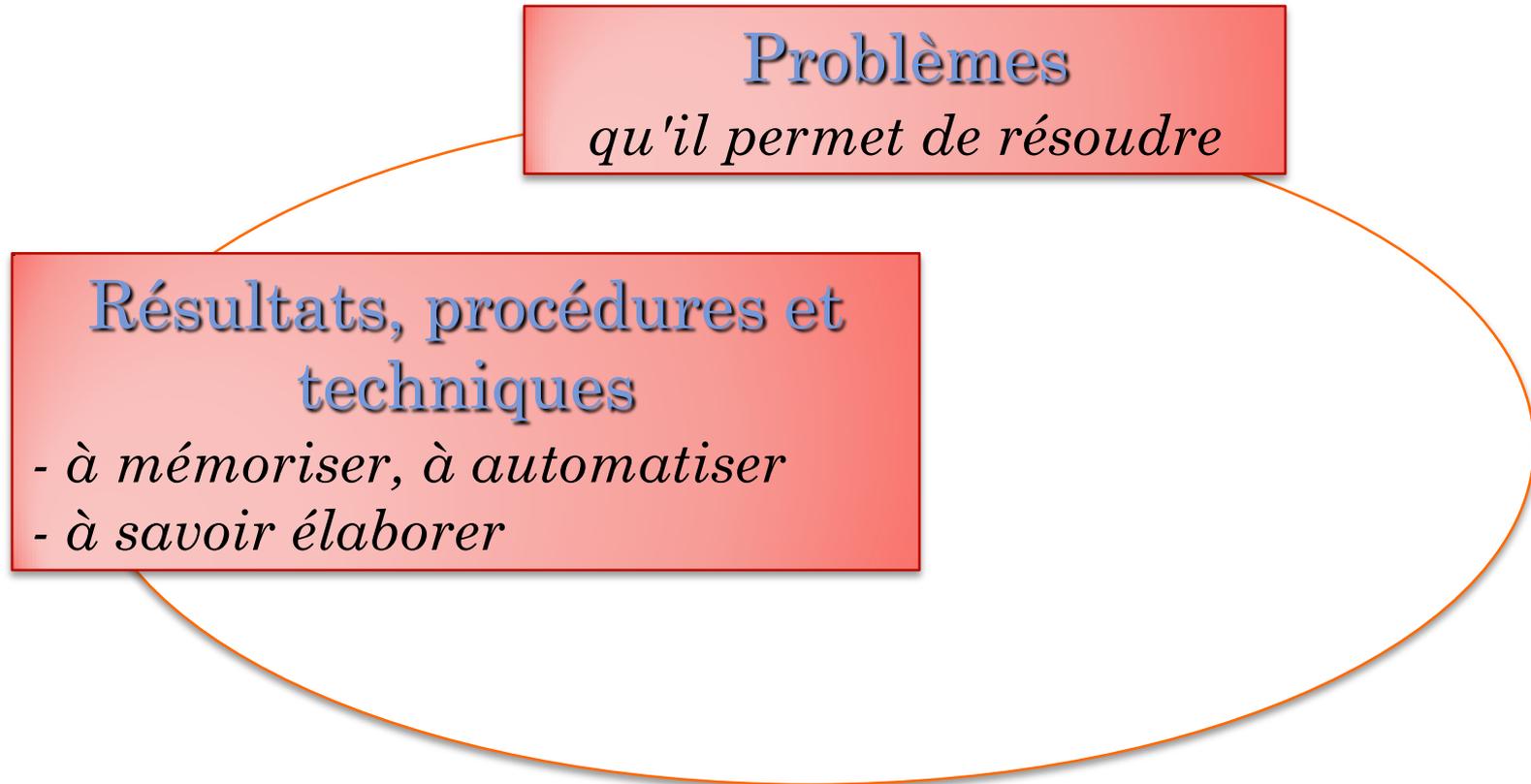
# Un apprentissage complexe...

pour tout concept d'après G. Vergnaud



# Un apprentissage complexe...

pour tout concept d'après G. Vergnaud



# SUR LES ENJEUX D'APPRENTISSAGE

- L'acquisition des **mécanismes** en mathématiques est toujours associée à une **intelligence de leur signification**. (programme, 2008)
- La **résolution de problèmes** joue un **rôle essentiel** dans l'activité mathématique. Elle est présente dans **tous les domaines** et s'exerce à **tous les stades** des apprentissages. (programme, 2008)

# Un apprentissage complexe... pour tout concept d'après G. Vergnaud

## Langage et représentations

- *analogiques*
- *verbales*
- *symboliques*

- « On apprend à un enfant que "trois" c'est 3, "cent" c'est 100, "sept" c'est 7.
- Comment lui faire ensuite comprendre que "trois cent sept" ne s'écrit pas 31007? »

Stella Baruk

- *« Les mots numériques sont les seuls mots de la langue à avoir deux écritures, mais c'est celle qui traduit la langue parlée, les mots entendus, qui est première.*
- *Il faut donc construire la logique numérique à partir de la langue. Mettre en cohérence le lu, le su, le vu, l'entendu. »*

Stella Baruk

# LA NUMÉRATION ORALE OU VERBALE (QUI PEUT ÊTRE ÉCRITE EN LETTRES)

**Les représentations numérales sont premières**

- **Des mots** qui représentent :

Les unités : *un, deux, ....., neuf*

Les groupements de dix : *vingt, trente....*

Les puissances de dix : *cent, mille, million....*

- **Deux relations de base**

Une relation additive

*vingt-deux c'est vingt plus deux*

Une relation multiplicative

*quatre mille c'est quatre fois mille*

Suivant la position des mots la relation est additive ou multiplicative

Et des exceptions...

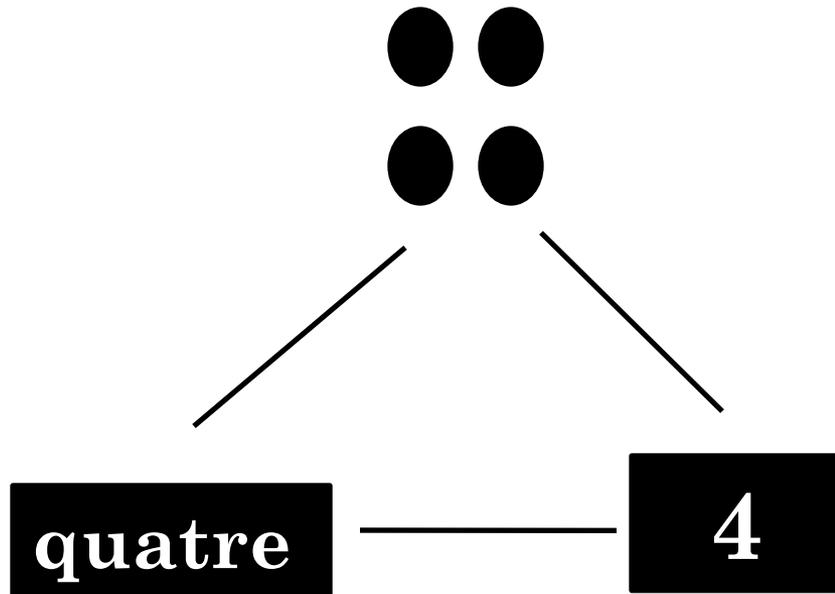


## LA NUMÉRATION ÉCRITE EN CHIFFRES

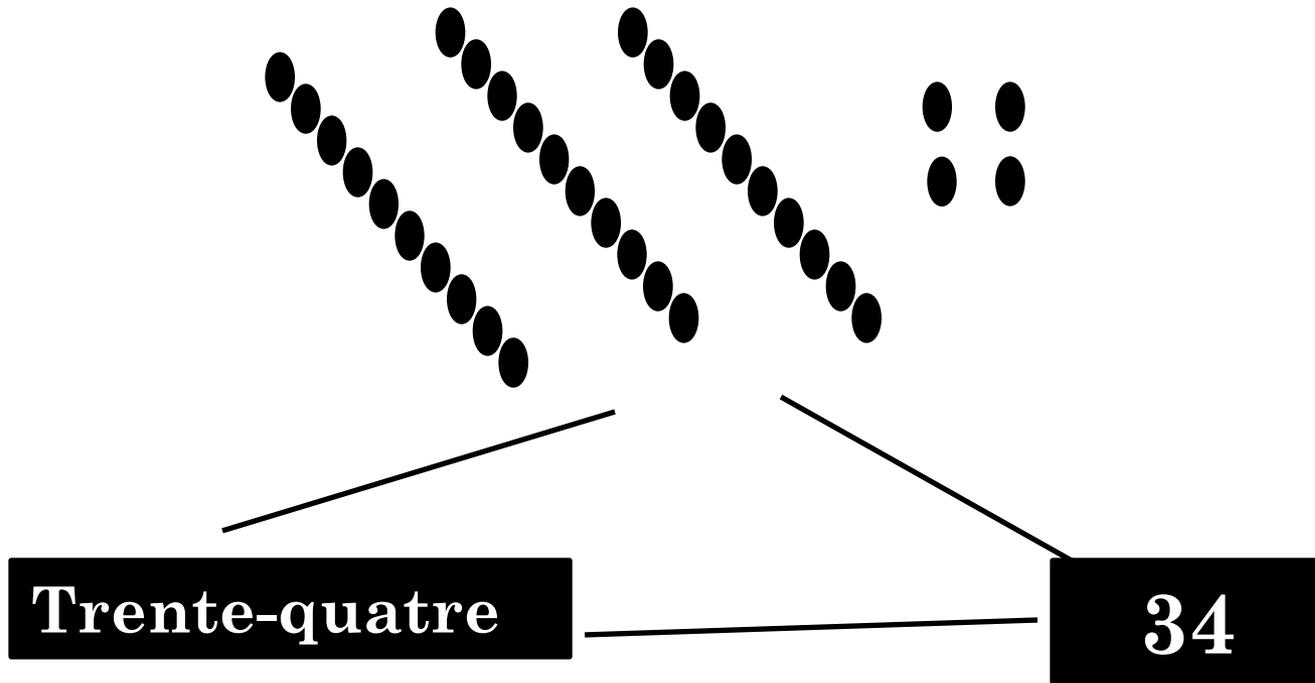
- Des symboles (les chiffres) qui représentent les unités : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- Un symbole qui montre l'absence d'unité : 0
- Un système de position :
  - 234 indique 2 centaines, 3 dizaines, 4 unités
- Ce système s'étend à l'écriture des fractions décimales :
  - 234,56 indique 2 centaines, 3 dizaines, 4 unités, 5 dixièmes, 6 centièmes

# TRIPLE CODE ET « PETITS NOMBRES »

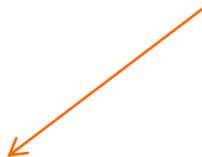
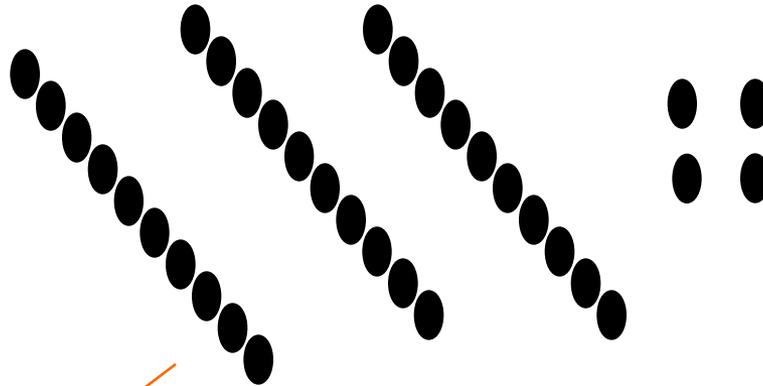
*DEHAENE*



# TRIPLE CODE ET NUMÉRATION



# QUANTITÉ RÉALISÉE AVEC LE MATÉRIEL → NOMBRE ÉCRIT EN CHIFFRES



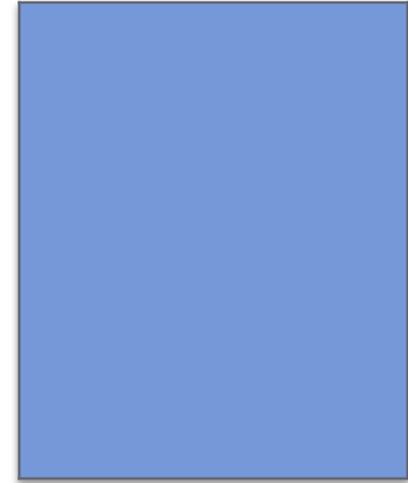
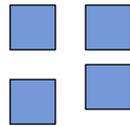
**Trente-quatre**



**34**

Ce passage par la numération orale garantit souvent le sens.

# TRIPLE CODE ET DECIMAUX



1

Un et deux  
dixièmes et  
quatre  
centièmes

1,24

# REPRÉSENTATION ANALOGIQUE DU NOMBRE

## **Aspect cardinal**

- Des collections variées
- Un matériel qui permet de réaliser et d'utiliser les groupements et de matérialiser les échanges entre groupements
- Des représentations de ces matériels

## **Aspect ordinal**

- Des suites d'écritures chiffrées
- Des graduations

# LA NOTION DE NOMBRE

Repères pour la maternelle et le CP  
Acquisition de la chaîne verbale  
Sens et fonctions du nombre

# Importance de la "comptine" orale et du dénombrement

L'acquisition de la chaîne numérique verbale et son usage dans les processus de quantification est déterminante (...). Ces habiletés verbales constituent en réalité les éléments à partir desquels s'édifient les acquisitions ultérieures...

P. Barouillet et V. Camos

# NIVEAU D'ÉLABORATION ET PROCÉDURE D'APRÈS FUSON

- Le chapelet (undeux trois quatre) : pas de signification arithmétique
- La chaîne insécable : pas de possibilité de commencer au milieu
- La chaîne sécable : compter à partir de
- La chaîne terminale : début d'automatisation
- La chaîne bidirectionnelle : dans les deux sens

# L'acquisition de la comptine

## Quelques étapes de 2 à 6 ans

*Grande variabilité selon les enfants*  
(donc valeurs moyennes)

- 4 ans et demi : récitation jusqu'à *seize*
- 5 ans et demi : récitation jusqu'à *quarante*

*Mais savoir réciter n'est  
ni connaître complètement  
ni savoir utiliser*

# SUIVANT LA NATURE, LA TAILLE, DES OBJETS, LEUR QUANTITÉ, LEUR DISPOSITION, LE DÉNOMBREMENT PEUT ÊTRE RÉALISÉ

- Par estimation globale
- Par reconnaissance d'une collection type
- Par comptage
- Par calcul
- En combinant ces différentes procédures

# DÉNUMBRER UNE COLLECTION, PAR COMPTAGE, C'EST :

- Dire la suite des mots nombres, sans se tromper en associant bien à chaque objet un mot nombre et en s'arrêtant correctement (**correspondance terme à terme**)
- **Enumérer** tous les objets, sans en oublier un, sans compter deux fois le même élément
- **Enoncer le dernier mot nombre** prononcé comme correspondant à la quantité (**cardinalisation**)

# DÉNOMBREMENT PAR COMPTAGE

- nécessite la mise en œuvre de compétences élémentaires et de savoirs pré-numériques et logiques à coordonner
  - la collection,
  - l'inclusion, la partition
  - la désignation, la correspondance terme à terme
  - l'énumération

*Joël Briand*



# DÉNOMBREMENT PAR COMPTAGE UN À UN

## QUELQUES REPÈRES

	<b>3 ans</b>	<b>4 ans</b>	<b>5 ans</b>
<b>7 objets</b>	19 %	47 %	80 %
<b>11 objets</b>	5 %	37 %	47 %



# LES NOMBRES

## OUTIL POUR MÉMORISER...

Quels sens pour le nombre ?

...des quantités  
aspect cardinal

- Réaliser une collection équipotente à une collection donnée
- Compléter une collection pour la rendre équipotente...
- Comparer des collections

... des positions dans  
une liste rangée  
aspect ordinal

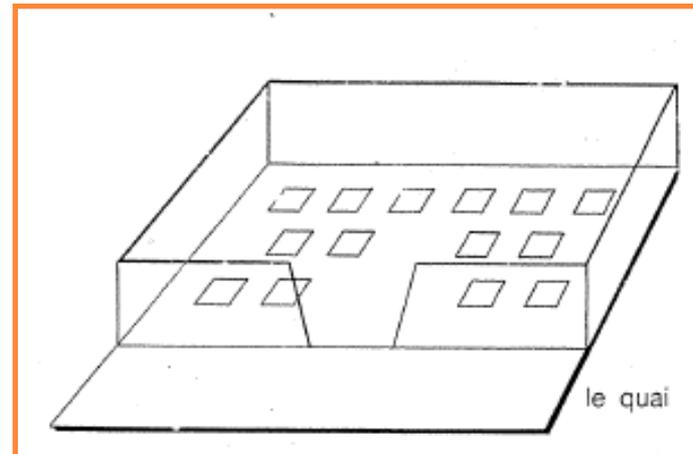
- Indiquer une position
- Replacer un objet à sa position
- Comparer des positions

# RÉALISER UNE COLLECTION ÉQUIPOTENTE À UNE COLLECTION DONNÉE

## « Les voyageurs » ERMEL GS

- Il faut aller chercher juste assez de voyageurs (les bouchons) pour remplir toutes les places de la voiture

- Des boîtes pour figurer des voitures, avec un quai
- Des places dessinées
- Des bouchons **placés plus loin**



# DIVERS HABILLAGES POUR CETTE SITUATION

## ***ERMEL GS***

- Les voyageurs (réalisable en MS), Les math-œufs

## ***CDROM Apprentissages mathématiques en maternelle***

- en MS et GS : Voitures et garages, Lapin et carottes

## ***Découvrir le monde avec les mathématiques C2***

- La ferme de Mathurin

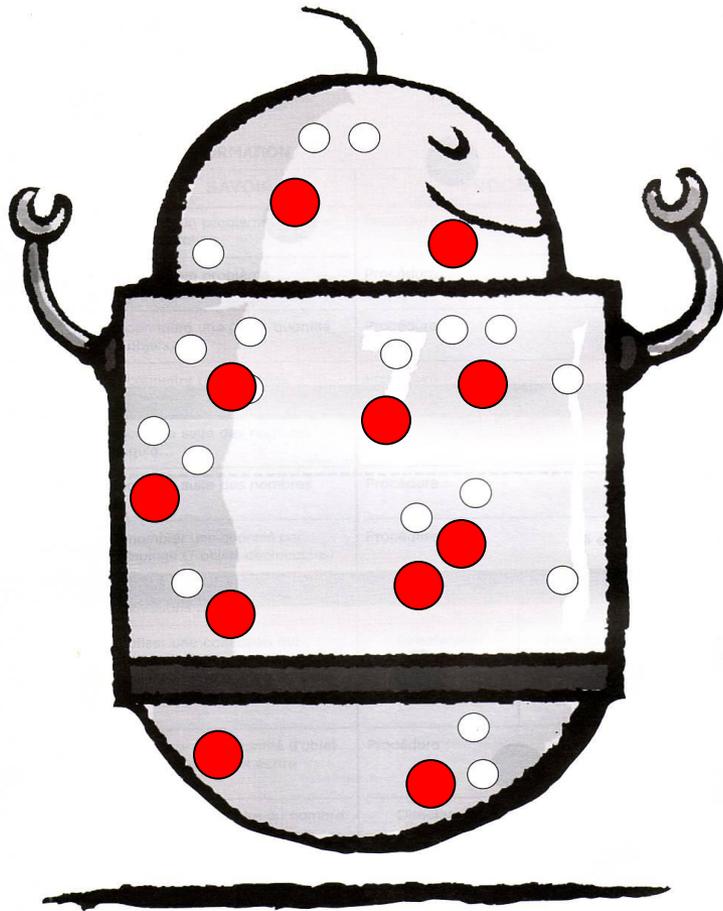
# DIVERS HABILLAGES POUR CETTE SITUATION

- *ERMEL CP*
  - Le robot
  - Les mosaïques
- *Cap maths CP*
  - Le Ziglotron



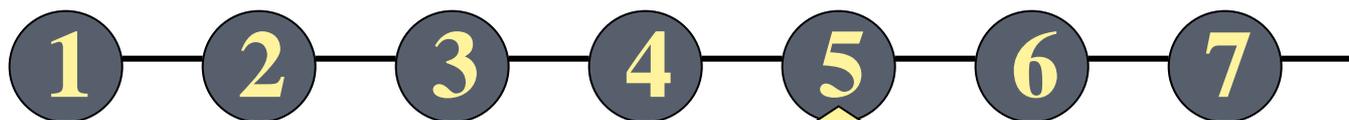
# Réaliser une collection équipotente à une collection donnée

## Le Ziglotron



1. **Aller chercher, en une seule fois, juste assez de gommettes pour réparer le ziglotron (MS, GS, CP)**
2. **Les commander oralement (GS, CP)**
3. **Les commander par écrit (GS, CP)**

- Trouver l'écriture chiffrée associée à un *mot-nombre*



*un deux trois quatre cinq*



- Trouver le mot-nombre associé à une *écriture chiffrée*



*un deux trois quatre cinq*



# COMPRENDRE LA QUANTITÉ AVANT DE LA QUANTIFIER

## Les boîtes d'œufs en PS

- Il faut aller chercher dans son plateau des châtaignes pour remplir la boîte d'œufs sans en prendre trop.
- Le nombre de voyages n'est pas limité

*Dominique Valentin*

*Découvrir le monde avec les mathématiques*

# LES NOMBRES

## OUTIL POUR MÉMORISER...

### ...des quantités aspect cardinal

- Réaliser une collection équipotente à une collection donnée
- Compléter une collection pour la rendre équipotente...
- Comparer des collections

### ... des positions dans une liste rangée aspect ordinal

- Indiquer une position
- Replacer un objet à sa position
- Comparer des positions

# REPLACER UN OBJET À SA POSITION

## Respecter le rang GS

Une frise modèle constitué d'une suite d'images,  
**placée plus loin.**



L'élève dispose d'une frise vide, sans images, et  
d'une image,



il doit la replacer sur la frise vide au même  
endroit que sur la frise modèle.

*CDROM Apprentissages mathématiques en  
maternelle*

# LES NOMBRES OUTIL POUR ANTICIPER

## Vers le calcul

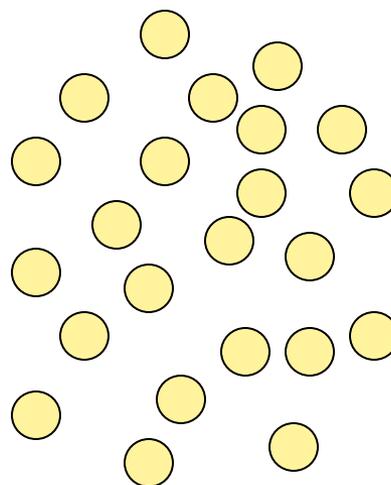
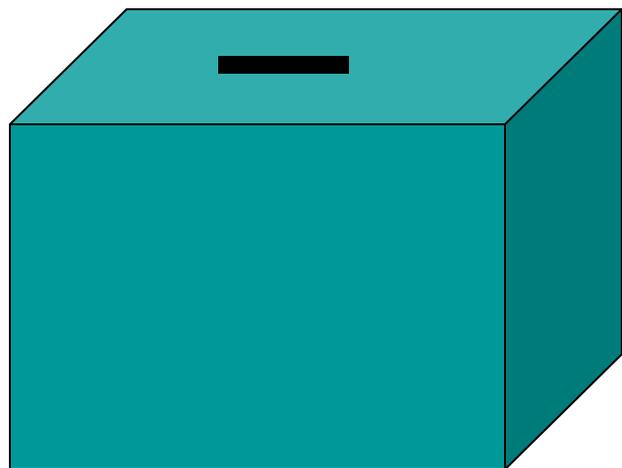
### Aspect cardinal : quantités

- Résultat d'une augmentation ou d'une diminution
- Valeur de la transformation
- Etat avant transformation
- Résultat d'une réunion ou d'un partage

### Aspect ordinal : positions dans une liste rangée

- Position après un déplacement (en avant ou en arrière)
- Valeur du déplacement
- Position avant déplacement

# RÉSULTAT D'UNE TRANSFORMATION



**Boite  
noire**

- Il y a 3 jetons dans la boîte, on ajoute 2 jetons. Combien de jetons maintenant ?

- Il y a 8 jetons dans la boîte, on en enlève 2. Combien de jetons maintenant ?

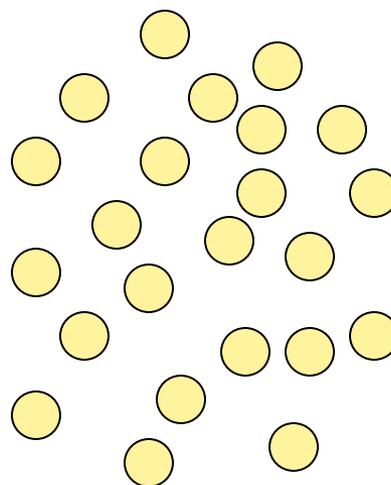
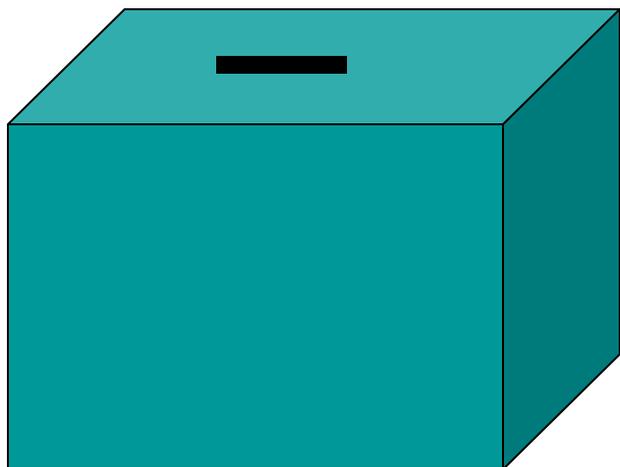
# Quelles procédures ?

- Dessin et dénombrement
- Recomptage mental ou aidé (doigts...)
- Surcomptage mental ou aidé (doigts...)
- Décomptage mental ou aidé (doigts...)
- Double comptage de ... à ... mental ou aidé (doigts...)
- *Utilisation de résultats déjà connus*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
						un	deux	trois	quatre	cinq	six	sept	

Double comptage sur la  
bande numérique

# VALEUR DE LA TRANSFORMATION



Dix  
dans  
la  
boîte

Roland Charney-Marie-Paule Dussuc-  
2010

- deux joueurs
- 1, 2 ou 3 jetons dans la boîte à chaque coup.

**Aline met 2 jetons, Nanar en met 3. Que doit mettre maintenant Aline pour être sûre de gagner ?**

# Dix dans la boîte : 3 problèmes

- Se souvenir de ce qui est mis dans la boîte à chaque coup
  - *Plusieurs solutions... dont les nombres*
- Connaître le contenu de la boîte
  - *Vers l'addition*
- Savoir s'il est possible de gagner au coup suivant
  - *Vers le complément*

# ANTICIPER / VALIDER :

un aspect essentiel de ce type de situation

## Matériel

Favorise  
l'**appropriation** de  
la situation et du  
problème

## Anticipation

Incite à l'expérience  
mentale

Permet la **validation**  
de la réponse ou d'une  
procédure

Oblige à élaborer des  
procédures

# LA NUMERATION DES ENTIERS

42

## Repères pour le cycle 2

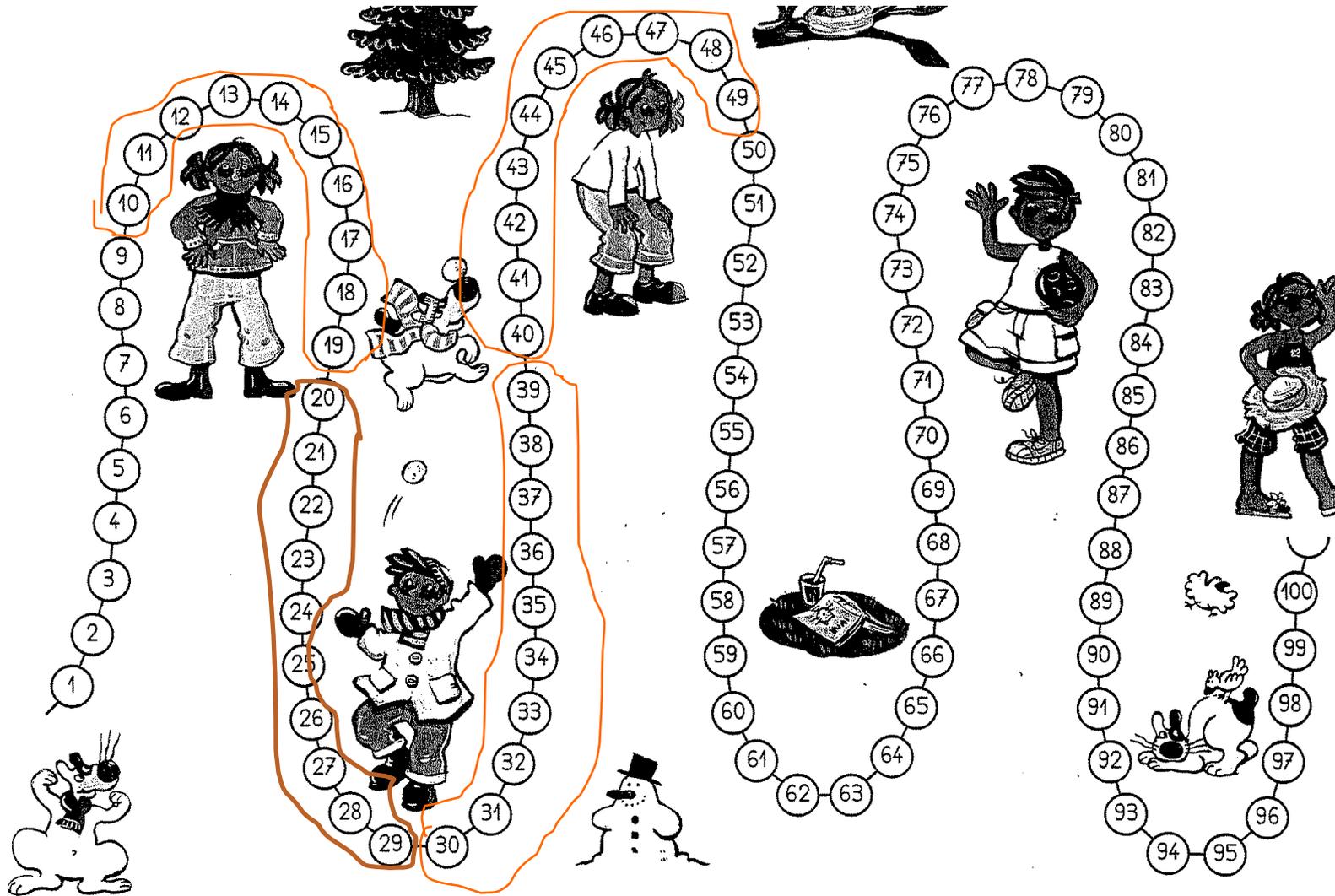
- Valeur positionnelle des chiffres dans l'écriture du nombre
- Organisation des nombres

# DES RÉUSSITES PARFOIS TROMPEUSES

- Les compétences techniques sont évaluées
  - Lire / écrire des nombres **85 % à 95 %**
  - Comparer / ranger des nombres **70 % à 90 %**aux évaluation CE2
- Pourtant à l'entrée en sixième...
  - Ecris en chiffres 25 dizaines **40 %**



# L'ORGANISATION DES ÉCRITURES



## Tableau de nombres

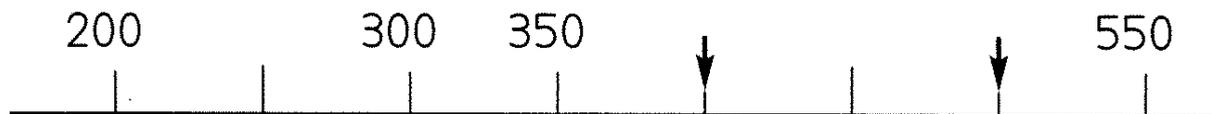
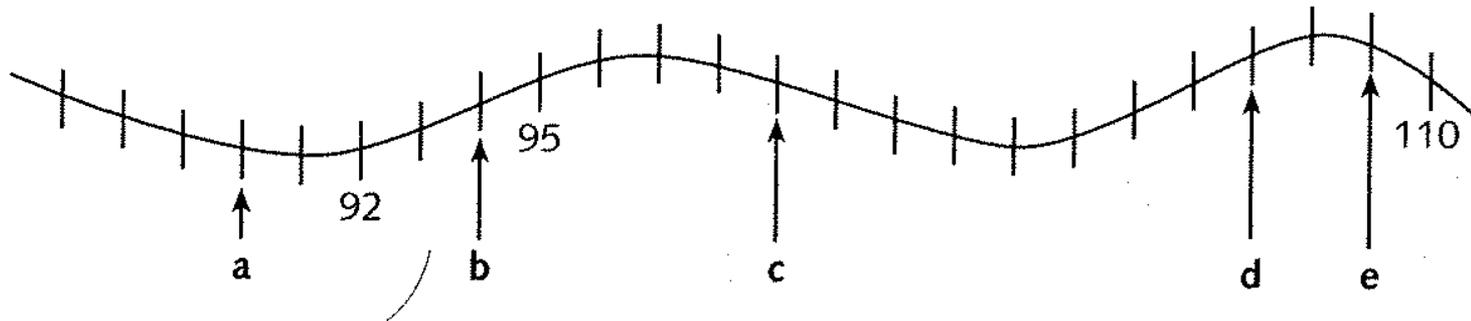
- Tableau à compléter
- Tableau puzzle
- ERMEL CP*

<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	13	<b>14</b>	<b>15</b>		<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>
<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>		<b>29</b>
<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>		<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	
<b>40</b>		<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>		<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>
<b>50</b>	<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>
<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	
<b>70</b>	<b>71</b>	72	<b>73</b>	<b>74</b>	<b>75</b>	<b>76</b>	<b>77</b>	<b>78</b>	<b>79</b>
<b>80</b>	<b>81</b>	<b>82</b>	<b>83</b>		<b>85</b>	<b>86</b>	<b>87</b>	<b>88</b>	<b>89</b>
<b>90</b>	<b>91</b>	<b>92</b>	<b>93</b>	<b>94</b>	<b>95</b>	<b>96</b>	<b>97</b>	<b>98</b>	

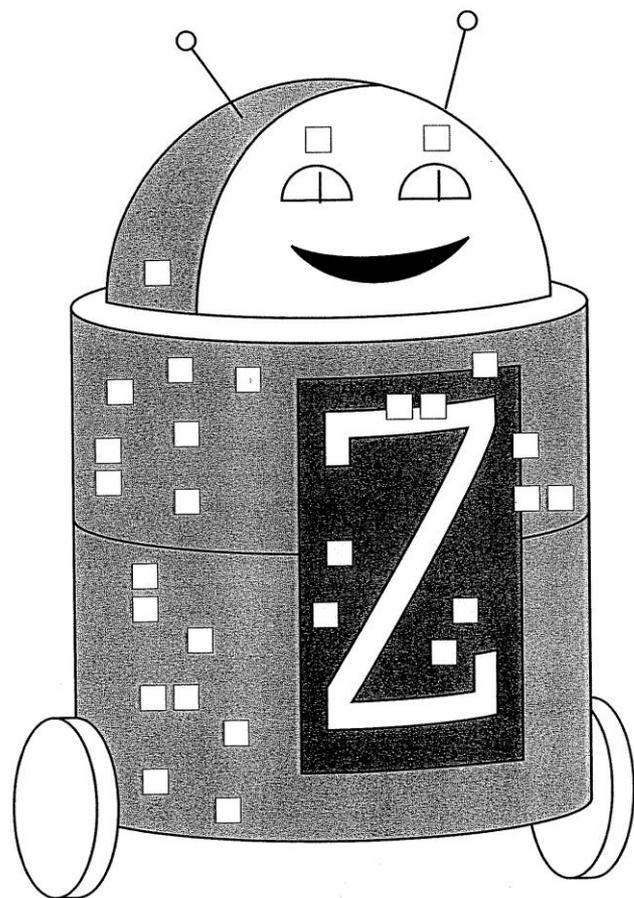
## L'organisation des écritures

# GRADUATIONS CE1-CE2

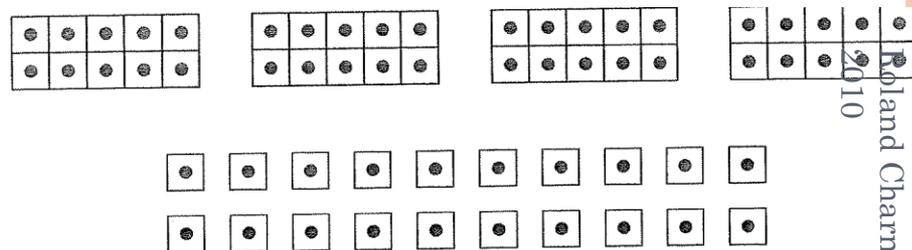
Sans écrire tous les nombres, trouve ceux qui correspondent aux repères signalés par une flèche.



# LA VALEUR POSITIONNELLE DES CHIFFRES DANS L'ÉCRITURE DU NOMBRE



Capmaths CP



**Problème : demander juste ce qu'il faut de « boutons » pour réparer le grand ziglotron (boutons vendus à l'unité ou par bandes de dix)**

# LA VALEUR POSITIONNELLE DES CHIFFRES DANS L'ÉCRITURE DU NOMBRE

## Le grand Ziglotron Cap math CP

Prénom : .....

Il faut ..... boutons.

Notre commande :

..... paquets de dix boutons,  
..... boutons.

Prénom : .....

Il faut ...45... boutons.

Notre commande :

..... paquets de dix boutons,  
..... boutons.

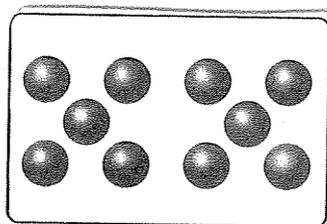
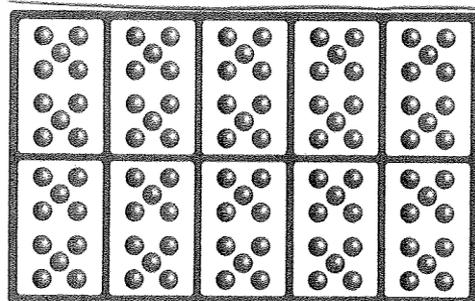
- ① ziglotron disponible, demande libre (peut être orale)
- ② ziglotron disponible, mais 4 contraintes :
  - commande écrite
  - pas plus de 9 boutons isolés
  - le marchand donne ce qui est commandé
  - vérification différée
- ③ ziglotron non disponible (seul l'enseignant le possède), nombre de boutons inscrit sur le bon de commande.

# SUITE CHIFFRÉE ET VALEUR DES CHIFFRES

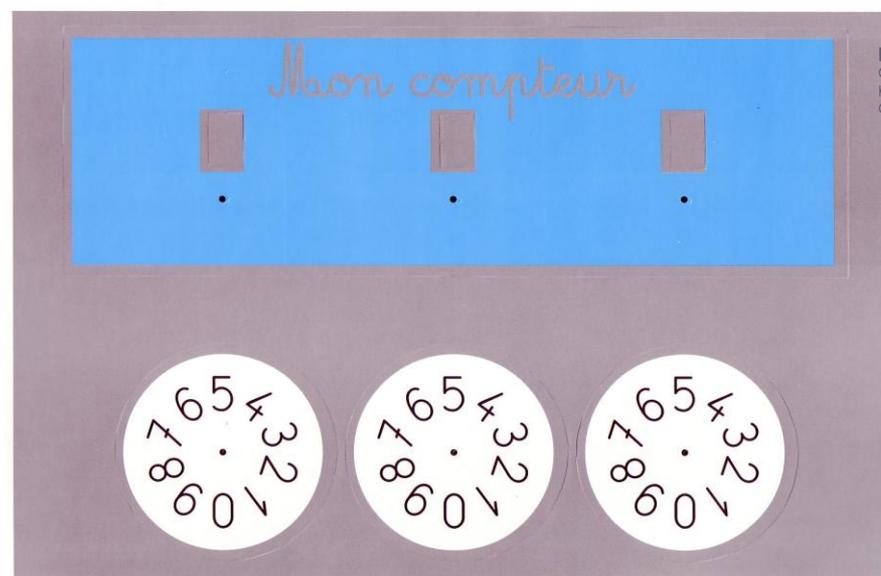
- **Objectif** : comprendre l'organisation de la suite écrite des nombres de 3 chiffres
  - comprendre que avancer de 1, 10... revient à ajouter 1 unité, 1 dizaine...
  - comprendre que les groupements correspondent aux « rangs », et que faire un nouveau groupement amène à changer de rang.
- **Problème** : gérer les effets de l'ajout de 1, de 10, de 100 à l'aide de différents matériels.

Exemple tiré de Cap Maths CE1  
Quantités, compteur et  
calculatrice

# Des perles



# Un compteur



# SUITE CHIFFRÉE ET VALEUR DES CHIFFRES

## Matériel

- 1 calculette pour certains élèves
- 1 compteur pour d'autres
- 10 cartes portant 10 perles ou 100 perles
- 40 cartes portant 1 perle
- 1 boîte

## Problèmes

- Ajout de perles de 1 en 1 jusqu'à 37
  - action sur la calculette
  - action sur le compteur
  - adéquation boîte-calculette-compteur
- Ajouts de cartes portant soit 1, soit 10, soit 100 perles
  - Mêmes questions

# SUITE CHIFFRÉE ET VALEUR DES CHIFFRES

Un problème intéressant  
(au cours du jeu)

Il y a déjà 28 perles dans la boîte (2 paquets de 10 et 8 perles). On ajoute 2 fois de suite une perle.

- contenu de la boîte : 2 paquets de dix et 10 perles
- affichage de la calculette : 30
- compteur : 028    029    ???

Comment faire pour que le contenu de la boîte et l'affichage du compteur coïncide avec l'affichage de la calculette ?

# SUITE CHIFFRÉE ET VALEUR DES CHIFFRES

Un problème intéressant  
(au cours du jeu)

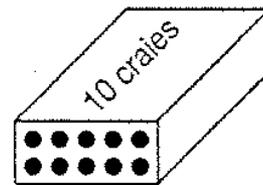
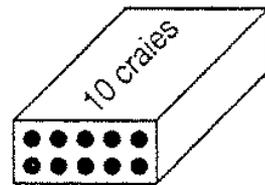
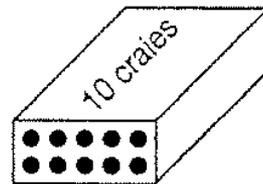
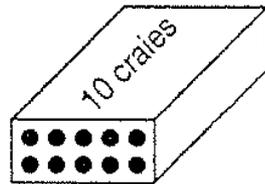
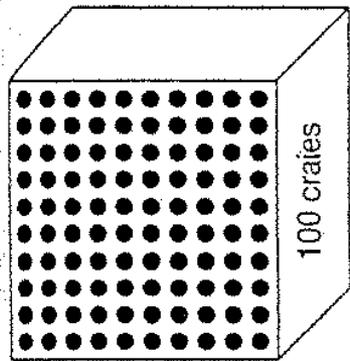
- Idem avec 92 dans la boîte (9 paquets de 10 perles et 2 perles)
- Ajout d'un paquet de 10 perles...

Jeu identique avec des pièces et billets de 1, 10, 100 euros

Il favorise le passage des groupements aux échanges.

# L'INFORMATION CONTENUE DANS L'ÉCRITURE D'UN NOMBRE

## ○ Les craies ERMEL CE2



Combien de  
craies ?

Combien de boîtes de 100 et de boîtes de 10 pour 395 craies ?

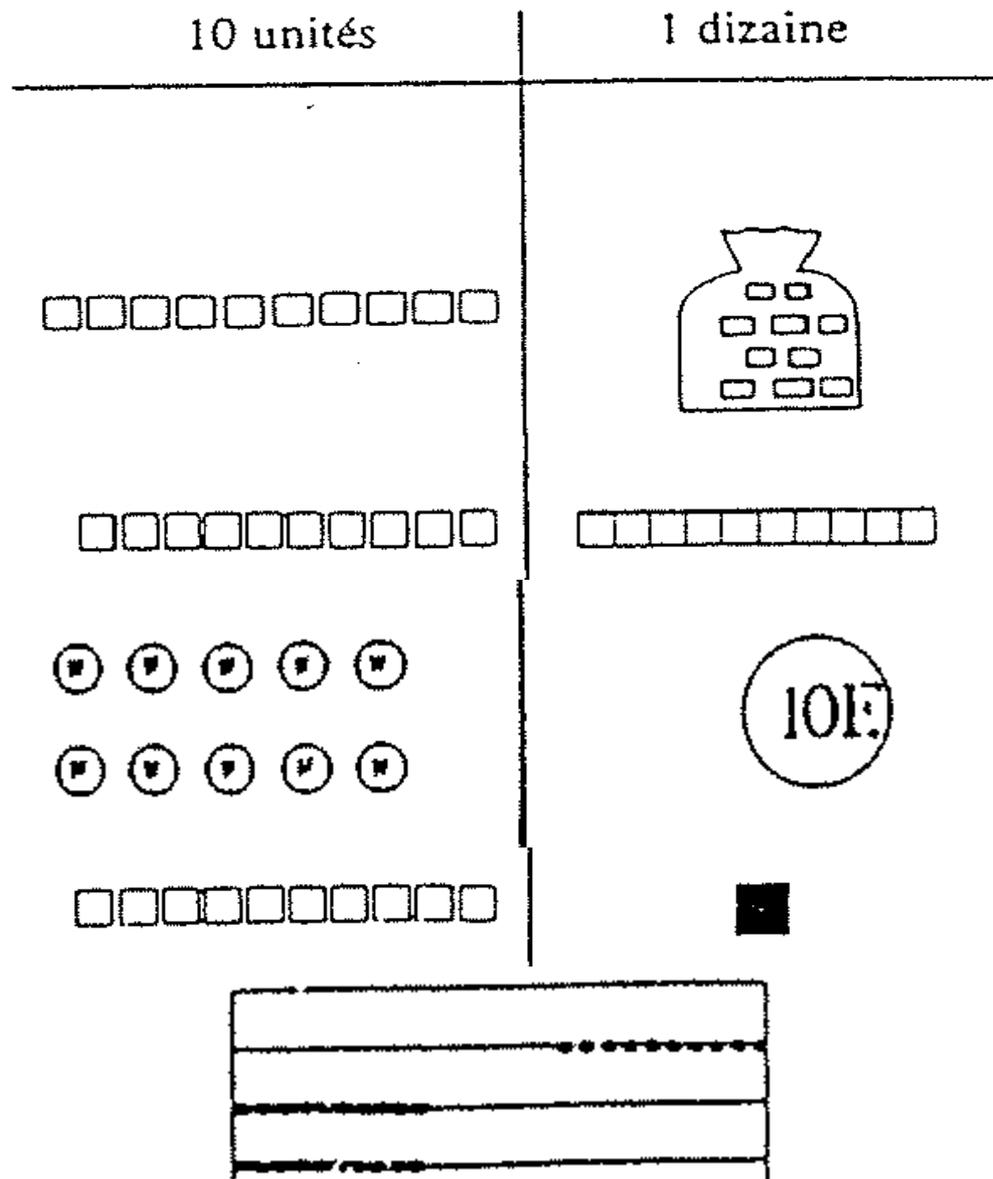
Combien de boîtes de 10 pour 390 craies ?

Combien de dizaines dans 390 ?

## Les matériels

- Les unités sont présentes
- Les unités sont visibles
- La valeur est donnée
- La valeur est symbolisée
- La position exprime la valeur

## Résumé des caractéristiques des matériels



# NUMÉRATION ORALE

quatre

deux

Quel est le grand  
nombre que l'on peut  
écrire avec toutes les  
étiquettes ?

huit

cent(s)

mille

vingt(s)

huit cent quatre vingt deux mille

mille deux cent quatre vingt huit

# Evaluation CE2

$$\begin{array}{r} \text{J} \\ 346 \\ + 184 \\ \hline 530 \end{array}$$

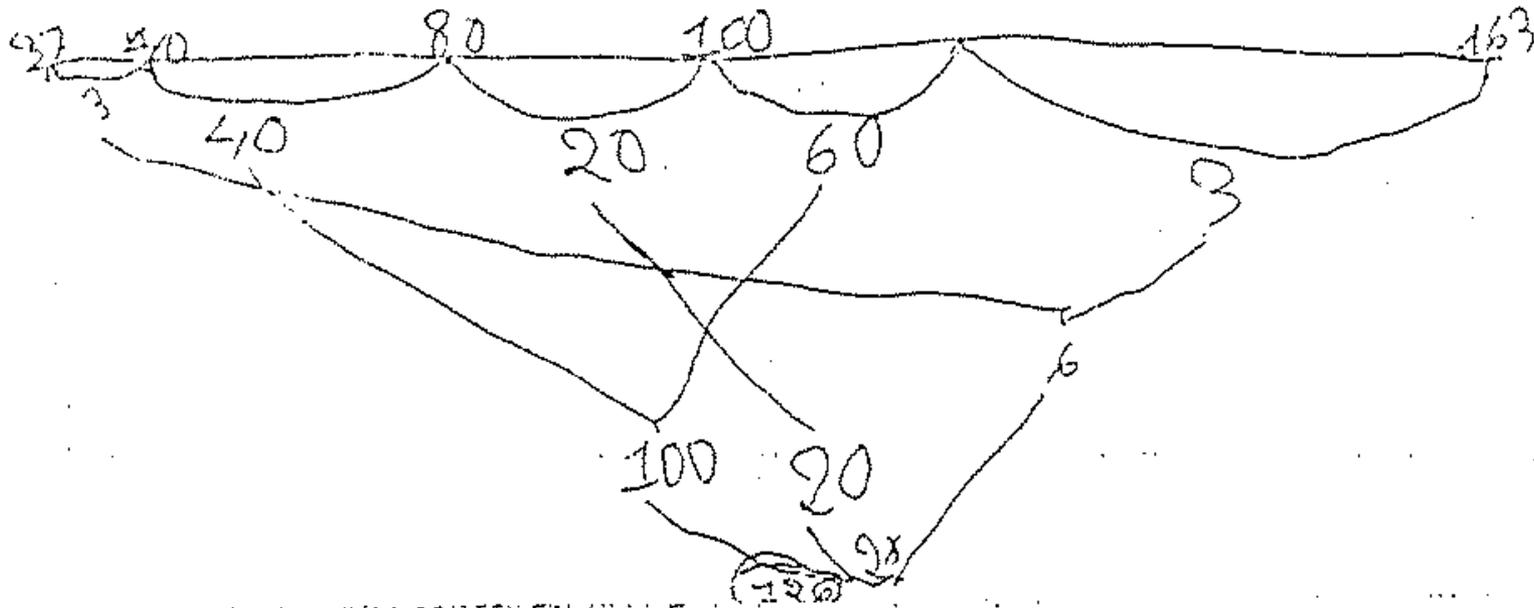
$$\begin{array}{r} \text{J} \\ 346 \\ + 184 \\ \hline 530 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ + 34 \\ \hline 79 \end{array}$$

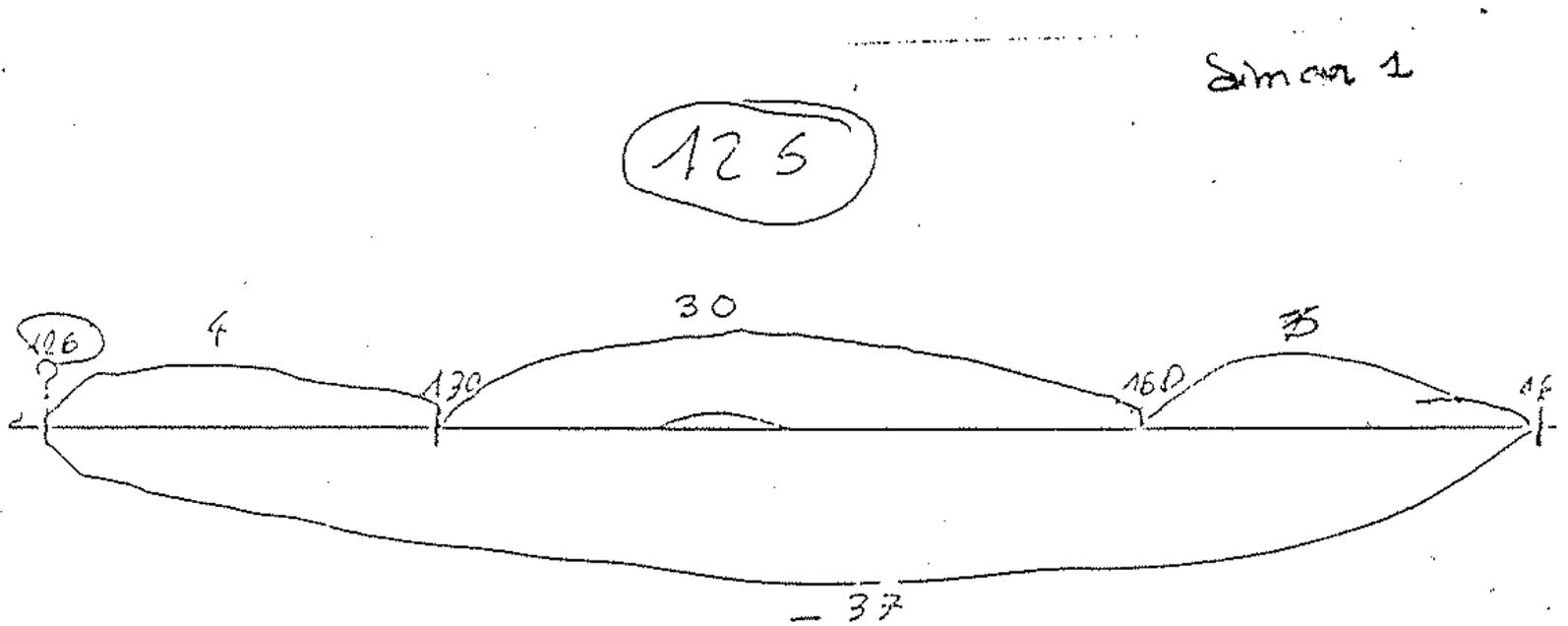
$$\begin{array}{r} \text{J} \\ 346 \\ + 184 \\ \hline 530 \end{array}$$

$$163 - 37 = (126)$$

Baptiste



# LA FILE POUR CALCULER



# MULTIPLIER PAR 100

- Nombre entier : *"écrire deux 0" à droite*
  - $24 \times 100 = 2\ 400$
- Nombre décimal : *déplacer la virgule de 2 rangs vers la droite*
  - $2,345 \times 100 = 234,5$
  - $2,34 \times 100 = 234$  (disparition de la virgule)
  - $35,2 \times 100 = 3\ 520$  (disparition de la virgule... et apparition de 0 !)

# MULTIPLIER PAR 100

- 24 fois 100 c'est 24 centaines, c'est donc 2400
- 24 c'est 2 dizaines et 4 unités
- Donc  $24 \times 100$ , c'est 200 dizaines et 400 unités
- C'est donc 2 milliers et 4 centaines
- Donc 2 400

# COMMENT JUSTIFIER QUE $35,2 \times 100 = 3\,520$

- Interpréter 35,2 par :  
**3 dizaines + 5 unités + 2 dixièmes**
- $35,2 \times 100$ , c'est :  
**300 dizaines + 500 unités + 200 dixièmes**
- Savoir que 300 dizaines, c'est **30 centaines** et donc **3 milliers**
- Savoir que 500 unités, c'est **5 centaines**
- Savoir que 200 dixièmes, c'est **20 unités** (car 10 dixièmes c'est 1 unité), c'est donc **2 dizaines**.
- **Donc c'est 3 520**

# CONCLUSION...

- Quand on multiplie un nombre par 10, **chaque chiffre prend une valeur "10 fois plus grande"**
- Ce n'est pas la virgule qui se déplace, mais les chiffres qui "changent" de valeur... donc de place
- C'est la même chose pour les entiers et pour les décimaux !

$$24 \times 100$$

2 dizaines 4 unités

2 milliers 4 centaines

$$35,2 \times 100$$

3 dizaines 5 unités 2 dixièmes

3 milliers 5 centaines 2 dizaines

milliers	centaines	dizaines	unités	,	dixièmes	centièmes	millièmes
		2	4				
2	4	0	0				
		3	5		2		
3	5	2	0				

# LA NUMERATION DES DECIMAUX

Quelques repères pour la mise en  
place

Des fractions aux décimaux

# DES DIFFICULTÉS ET ERREURS D'ÉLÈVES

13,81 - 13,101 - 13,121 - 13,141

a- Peux-tu citer 3 nombres compris entre 1,8 et 2,4? si oui. écris les :

1,9 - 2,3, 2,2

b- Même question entre 2,5 et 2,6 ?

On peut pas

c- Même question entre 2 et 2,01 ?

on peut pas

b)  $7,24 - 4,3$

$$\begin{array}{r} 7,24 \\ - 4,3 \\ \hline 3,21 \\ . \end{array}$$

50% de réussite et 8% des élèves répondent 3,21 en début de 6è

c)  $5 \times 1,6 =$

*Il n'est pas possible de calculer 1,6 fois 5 car « un nombre de fois pas entier, ce n'est pas un nombre de fois »*

## QUELQUES ASPECTS HISTORIQUES

- Au début étaient les entiers
- Puis vinrent les fractions (-2000 en Egypte),
- les fractions décimales ,
- l'écriture décimale (1585 Stevin)

# LA DISME

## PROPOSITION III, DE LA MULTIPLICATION

**E** *Soient donné nombre de Disme à multiplier & multiplicateur: Trouver leur produit.*

*Explication du donné. Soit le nombre à multiplier 32<sup>①</sup> 5<sup>②</sup> 7<sup>③</sup> & multiplicateur 89<sup>④</sup> 4<sup>①</sup> 6<sup>②</sup>. Explication du requis Il faut trouver leur produit Construction. On mettra les nombres donnez en ordre comme cy-joignant, multipliant selon la vulgaire maniere de multiplication par nombres entiers, en ceste sorte.*

	①	②	③	④
	3	2	5	7
	8	9	4	6
	1	9	5	4
	1	3	0	2
	2	9	3	1
	1	6	0	5
	2	9	1	3
	7	1	2	2
	①	②	③	④

Les décimaux écrits avec une virgule ressemblent à des entiers, mais ne sont pas des entiers.

D'un point de vue conceptuel, ce sont des fractions.

L'écriture à virgule est un système économique de notation des décimaux qui facilite les calculs mais qui masque leur véritable nature.

# DES DIFFICULTÉS LIÉES AU CONCEPT = DES RUPTURES

Entier positif	Décimal positif
Dans une série de nombres celui qui a l'écriture la plus longue est le plus grand.	Dans une série de nombres celui qui a l'écriture la plus longue n'est pas nécessairement le plus grand
Tout nombre a un successeur	Entre deux nombres, on peut toujours en intercaler un troisième.
Multiplier un nombre par $n$ , c'est ajouter ce nombre à lui-même $n$ fois.	Multiplier un nombre par $x = \frac{a}{10^n}$ , c'est prendre une fraction décimale de ce nombre.

# CONNAISSANCES ESSENTIELLES POUR LE CM1 ET LE CM2

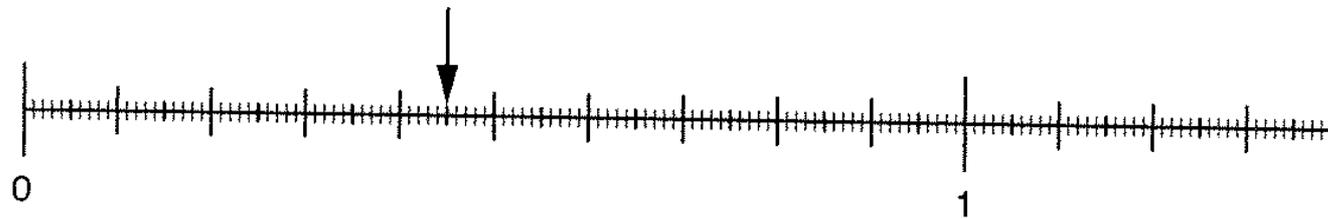
- **Valeur de chaque chiffre en fonction du rang** qu'il occupe (à gauche ou à droite de la virgule)
- **Valeurs référées à l'unité**
  - Dizaine = 10 unités
  - Dixième = unité partagée en 10
  - Centaine = 100 unités
  - Centième = unité partagée en 100
- **Relations entre valeurs**
  - centième = dixième partagé en dix
  - 1 dixième = 10 centièmes
  - Etc.
- **Tout cela référé au triple code**
  - Verbal
  - Symbolique : écriture à virgule, fraction
  - Représentation matériel (notamment longueurs et aires, une unité étant donnée)

# DES REPRÉSENTATIONS ANALOGIQUES



 0,1 u

 0,01 u



# DE LA FRACTION AU DÉCIMAL : DES TEMPS FORTS

- Utilisation de fractions simples (partage) pour exprimer résultat d'une mesure de longueur ou d'aire
- Utilisation de fractions pour graduer une droite
- Les fractions décimales
- Les écritures décimales à la place des fractions décimales
- Comparaison de nombres décimaux à partir de leurs écritures décimales
- Multiplier, diviser par 10, 100, 1000

# LA FRACTION

## CHOIX DE L'ASPECT PREMIER

- Programme de collège Aout 2008 :
- « À l'école élémentaire, l'écriture fractionnaire est introduite en référence au partage d'une unité. Par exemple  $7/3$  est 7 fois un tiers.
- *\*Le programme de la classe de 6<sup>e</sup> a pour objectif d'interpréter aussi  $7/3$ :*
  - *comme le tiers de 7*
  - *le quotient de 7 par 3*
  - *le nombre qui multiplié par 3 donne 7*
  - *un nombre dont une valeur approchée est 2,33. »*

# INTRODUCTION DES FRACTIONS D'APRÈS CAP MATHS CM1

## Recherche

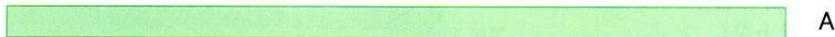
### Quelle bande ?

Pour cette recherche, et les exercices qui suivent, tu dois utiliser la bande blanche comme unité.

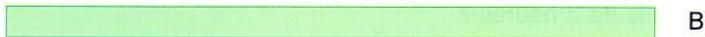
La longueur de la bande blanche est égale à  $1 u$ .



$1 u$



A



B



C



E



F

● Choisis une bande verte et une bande bleue  
Mesure-les avec l'unité qui t'a été remise.

● Écris sur une feuille le nom de chaque bande  
et la mesure que tu as obtenue.

Les mesures doivent permettre aux autres élèves de la classe  
de retrouver les deux bandes que tu as choisies.



$$A : 1u + \frac{1}{2} u$$

$$B : 1u + \frac{1}{4} u$$

$$C : \frac{1}{2} u$$

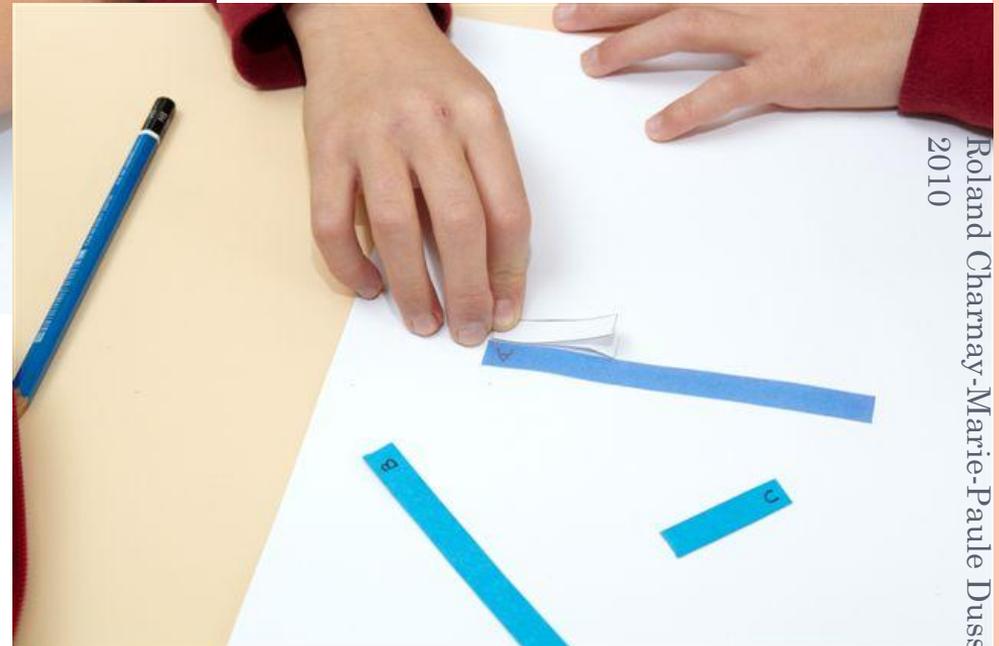
$$D : 2 u$$

$$E : \frac{1}{4} u$$

$$F : \frac{3}{4} u$$



Les élèves choisissent deux bandes. Ils doivent les mesurer avec l'unité  $u$ , puis écrire leur réponse pour qu'un autre élève puisse retrouver les bandes qu'ils ont choisies.



Pour cinq des six bandes, la longueur ne peut pas être exprimée par un nombre entier d'unités.

Ici, l'élève plie l'unité  $u$  pour mesurer sa bande. Les réponses sont soumises à la classe.

- C'est l'unité partagée en quatre.
- La moitié de la bande unité.
- On a reporté une fois l'unité puis la moitié de l'unité

L'enseignant explique alors aux élèves que leurs propositions peuvent être exprimées par des fractions et précise comment elles s'écrivent ( $1/2$ ,  $3/4$ ,  $1 + 1/4$  ...) et comment elles se lisent (un demi, trois quarts, un plus un quart...).

## CHERCHER

## Placer des nombres sur une ligne graduée

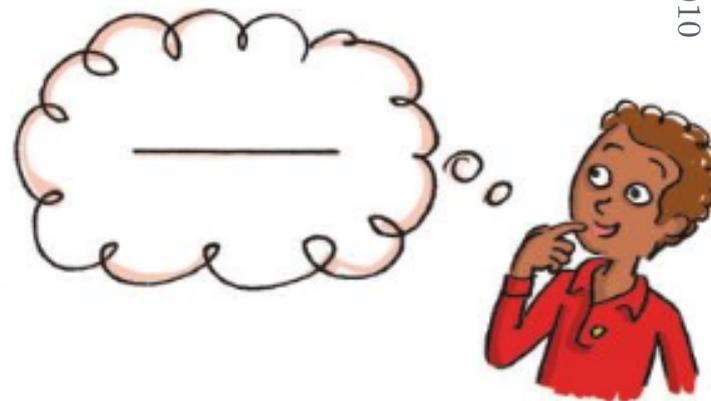
- 1 Sur ta fiche, place  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{5}{2}$  et 3 sur cette ligne graduée régulièrement.



- 2 Utilise cette bande comme unité pour écrire une fraction en face de chaque repère.

1 u

Trouve au moins une autre fraction pour chaque repère.



# PLACER DES FRACTIONS SUR LA DROITE GRADUÉE

© Place ces fractions sur la ligne graduée.

a.  $\frac{38}{5}$

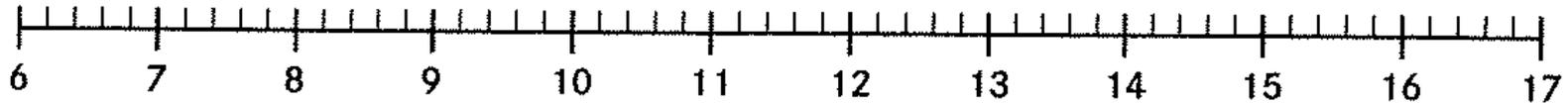
b.  $\frac{53}{5}$

c.  $\frac{69}{5}$

d.  $\frac{75}{5}$

e.  $\frac{62}{10}$

f.  $\frac{158}{10}$



## CHERCHER

## Fractions décimales et écritures à virgule

- 1 Calculo doit fabriquer les surfaces A, B, C et D.  
Les surfaces ne sont pas obligatoirement rectangulaires.

surface	A	B	C	D
aire	$\frac{346}{10} u$	$\frac{346}{100} u$	$\frac{608}{100} u$	$\frac{2\,543}{100} u$



Pour construire chaque surface, il dispose de beaucoup de surfaces d'aire  $1 u$ , mais il ne lui reste que 9 surfaces d'aire  $\frac{1}{10} u$  et 9 surfaces d'aire  $\frac{1}{100} u$ .  
À ton avis, comment peut-il faire ?

- 3 Il y a plus de 400 ans, les mathématiciens ont simplifié l'écriture des fractions décimales en utilisant une virgule. Ces nombres à virgule sont appelés « nombres décimaux ».

fraction	décomposition	écriture à virgule	lecture
$\frac{346}{10}$	$34 + \frac{6}{10}$	34,6	34 et 6 dixièmes
$\frac{346}{100}$	$3 + \frac{4}{10} + \frac{6}{100}$	3,46	3 et 4 dixièmes et 6 centièmes

exemple

exemple

En utilisant ces deux exemples, trouve l'écriture à virgule qui permet d'exprimer l'aire des surfaces C et D.

- 4 Explique la règle utilisée pour traduire ces fractions avec une écriture à virgule.

10 fois plus  
grand  
 $\times 10$

$\times 10$

$\times 10$



,

milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes
			3	4	6	



: 10  
10 fois plus  
petit

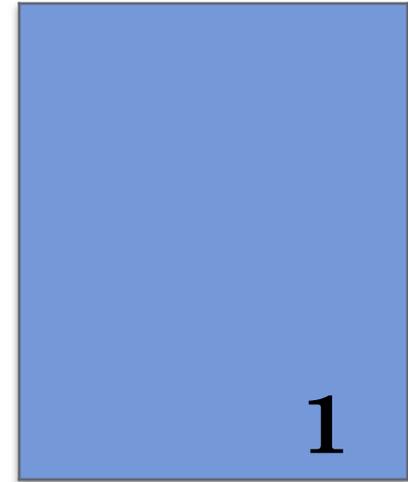
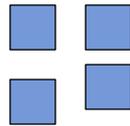
: 10

: 10

## EN CONCLUSION, POUR LA NUMÉRATION DES DÉCIMAUX

- La valeur de chaque chiffre est déterminée par sa position
- La relation de valeur entre les positions :
  - En allant vers la droite, la valeur est divisée par 10
  - En allant vers la gauche, la valeur est multipliée par 10
- Pour 4,302 la lecture signifiante : quatre unités, trois dixièmes et deux centièmes est à préférer à quatre virgule trois cent deux

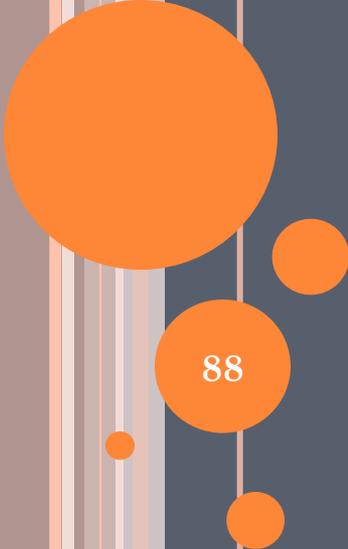
# TRIPLE CODE ET DECIMAUX



$$1 + 3/10 + 4/100$$

Un et trois dixièmes et quatre centièmes

1,24



**MERCI DE VOTRE ATTENTION**

Marie-Paule Dussuc

Novembre 2010

88

# Décomposition d'un nombre suivant les groupements

## La cible

### ERMEL CE2

Combien de points a-t-on gagnés ?

